

Second Semester

Pure Mathematics
(الرياضيات الن�ة)
(Questions)



مركز القياس والتقويم التربوي

The Center for Educational Assessment
and Measurement (CEAM)



سُلْطَانَةُ عُمَانُ

وَزَارُونَةُ التَّرْبِيَةِ وَالْتَّعْلِيمِ

امتحان دبلوم التعليم العام للمدارس الخاصة (ثنائية اللغة)

للعام الدراسي ١٤٤٤ هـ - ٢٠٢٣ / ٢٠٢٢ م

الدور الأول - الفصل الدراسي الثاني

- زمن الإجابة: ثلاثة ساعات.
- الإجابة في الورقة نفسها.

- تنبية: المادة: الرياضيات الابحتة.
- الأسئلة في (١٣) صفحة.

- يجب على الممتحن التأكد من استلام دفتر امتحانه، مخلفاً بخلاف بلاستيك شفاف وغير ممزق، وهو مسؤول عنه حتى يسلمه مراقبى اللجنة بعد الانتهاء من الإجابة.

- يجب الالتزام بضوابط إدارة امتحانات دبلوم التعليم العام وما في مستوى وأية مخالفة لهذه الضوابط تعرضك للتدابير والإجراءات والعقوبات المنصوص عليها بالقرار الوزاري رقم ٥٨٨ / ٢٠١٥.

- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الامتحان المقالية بقلم الحبر (الأزرق أو الأسود).

- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الاختيار من متعدد بتظليل الشكل (□) وفق النموذج الآتي:

س - عاصمة سلطنة عمان هي:
الدوحة القاهرة
أبوظبي مسقط

ملاحظة: يتم تظليل الشكل (■) باستخدام القلم الرصاص وعند الخطأ، امسح بعناية لإجراء التغيير.

صحيح غير صحيح

تعليمات مهمة:

- يجب الحضور إلى قاعة الامتحان قبل عشر دقائق على الأقل من بدء زمن الامتحان.

- يجب إحضار أصل ما يثبت الهوية وإبرازها للعاملين بالامتحانات.

- يجب الالتزام بالزي (الدشداشة البيضاء والمصر أو الكمة للذكر) والزي المدرسي للطلاب ، ويستثنى من ذلك الدارسون من غير العمانيين بشرط الالتزام بالذوق العام، ويعنى على جميع المتقدمات ارتداء النقاب داخل المركز وقاعات الامتحان.

- يحظر على الممتحنين اصطدام الهواتف النقالة وأجهزة النداء الآلي وألات التصوير والحواسيب الشخصية وال ساعات الرقمية الذكية والآلات الحاسبة ذات الصفة التخزينية والمجلات والصحف والمكتبات الدراسية والدفاتر والمذكرات والحقائب اليدوية والآلات الحادة أو الأسلحة أيّاً كان نوعها وأي شيء له علاقة بالامتحان.

- يجب على الممتحن الامتثال لإجراءات التفتيش داخل المركز طوال أيام الامتحان.



مسودة، لا يتم تصحيحها

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Instructions:

1. Non-programmable calculators are allowed.
2. List of formulas is given on the last page.

Part 1: Multiple Choice Questions**(14 marks)**

For items 1 to 14, shade the bubble () corresponding to the **correct** answer.
(Each item carries one mark):

1) $\log 10 x =$

 1 $1 + \log x$ 10 $10 + \log x$

2) $\log_a 9 - \log_a 3 =$

 $\log_a 3$ $\log_a 6$ $\log_a 12$ $\log_a 27$

3) If $\left(\frac{1}{2}\right)^{2x+1} = \frac{1}{32}$, then the value of x equals

 5 4 3 2

Do not write in this space

Part 1 continued

4) $\int \sin 3x \, dx =$

$3 \cos 3x + c$

$\frac{1}{3} \cos 3x + c$

$-\frac{1}{3} \cos 3x + c$

$-3 \cos 3x + c$

5) $\int 4e^{2x} \, dx =$

$16e^{2x} + c$

$8e^{2x} + c$

$6e^{2x} + c$

$2e^{2x} + c$

6) $\int \frac{1}{5x - 2} \, dx =$

$5 \ln |5x - 2| + c$

$\frac{1}{5} \ln |5x - 2| + c$

$-\frac{1}{2} \ln |5x - 2| + c$

$-2 \ln |5x - 2| + c$

7) $\int \frac{8}{x^2 + 64} \, dx =$

$\tan^{-1} \frac{x}{8} + c$

$\tan^{-1} x + c$

$\frac{1}{8} \tan^{-1} \frac{x}{8} + c$

$\frac{1}{8} \tan^{-1} x + c$

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 1 continued

8) If $\int 2x \sqrt{2x+1} dx = \frac{1}{5} (2x+1)^{\frac{5}{2}} - \frac{1}{a} (2x+1)^{\frac{3}{2}} + c$,

then the value of a equals

 $\frac{1}{3}$ $\frac{2}{3}$ 3 4

9) If $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ w \end{pmatrix}$, then the value of w is

 -9 -1 1 9

10) The angle between the vector $3\mathbf{i} + 7\mathbf{j}$ and the vector \mathbf{i} is

 -113.2° -66.8° 66.8° 113.2°

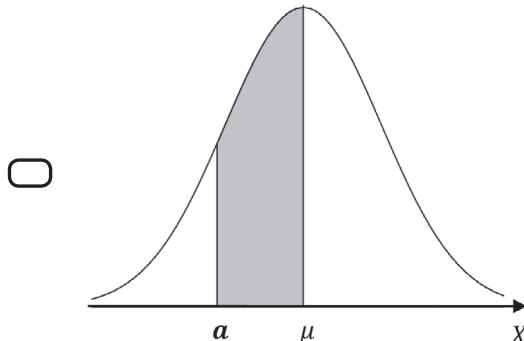
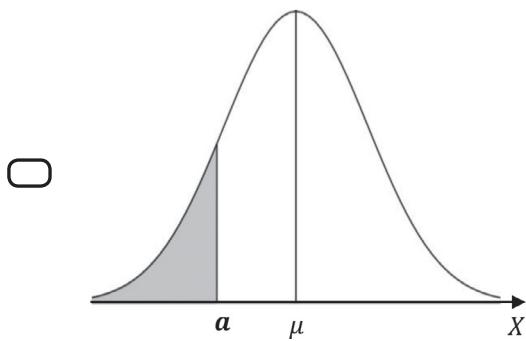
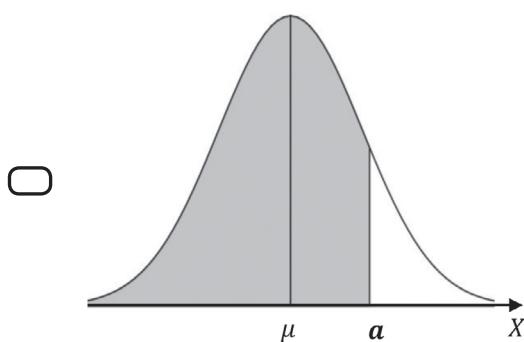
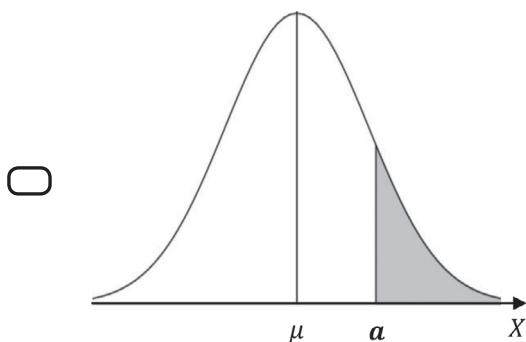
11) The unit vector in the direction of $\mathbf{i} - 8\mathbf{j}$ is

 $\frac{1}{\sqrt{65}}\mathbf{i} - \frac{8}{\sqrt{65}}\mathbf{j}$ $\frac{1}{\sqrt{65}}\mathbf{i} + \frac{8}{\sqrt{65}}\mathbf{j}$ $-\frac{1}{\sqrt{65}}\mathbf{i} + \frac{8}{\sqrt{65}}\mathbf{j}$ $-\frac{1}{\sqrt{65}}\mathbf{i} - \frac{8}{\sqrt{65}}\mathbf{j}$

Do not write in this space

Part 1 continued

- 12) If $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, then the diagram that illustrates $P(X < a)$ where $a > \mu$ is



- 13) If $Z \sim N(0, 1)$, then $P(Z \leq -0.23) =$

0.7794

0.5910

0.4090

0.2206

- 14) If a random variable X is normally distributed with a mean of 50 and standard deviation of 12 and $P(X < a) = 0.9599$ where $a > 0$, then the value of a equals

29

38

62

71

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2: Extended Response Questions

(56 marks)

Write all answers in the space provided for items 15 – 28. Show all your work.

15) If $\ln a = 5$ and $\ln b = 3$, find the value of $\ln\left(\frac{a}{b}\right)$ (2 marks)

16) Solve the equation $e^{2x} - 9 = 0$ (3 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

17) By using logarithms, solve the inequality $4^{x+1} < 64$ (4 marks)

18) Let $\log_n a = 1.5$ and $\log_n b = 2.5$

Prove that $na = b$ (3 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

- 19) The table below gives the values of the function $f(x)$

x	0	2	4	6	8
$f(x)$	12.2	17.8	21.4	23.3	24.5

Use the trapezium rule with $h = 2$ to estimate $\int_0^8 f(x) dx$ (5 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

20) By using the **partial fraction integration method**, find $\int \frac{3x - 6}{(x - 2)(x + 2)} dx$

(6 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

21) Find $\int (x + 1) \cos x \, dx$ (6 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

22) Show that $\int_0^1 \frac{1 - e^x}{e^x} dx = -\frac{1}{e}$ (4 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

23) Simplify $(4\mathbf{i} - 8\mathbf{j} + 9\mathbf{k}) - (2\mathbf{i} + 7\mathbf{j} + 6\mathbf{k})$ (3 marks)

24) Vectors \mathbf{a} and \mathbf{b} are given by $(10\mathbf{i} + \mathbf{j} + 3\mathbf{k})$ and $(2\mathbf{i} - 5\mathbf{j} + 6\mathbf{k})$, respectively.

Find the distance between \mathbf{a} and \mathbf{b} (4 marks)

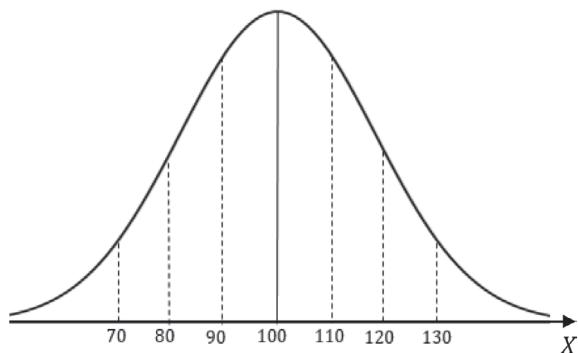
25) Let the vectors $\mathbf{m} = \begin{bmatrix} 10 \\ 4 \end{bmatrix}$ and $\mathbf{n} = \begin{bmatrix} -4 \\ -1 \end{bmatrix}$

Prove that $\mathbf{m} + 7\mathbf{n}$ is parallel to $6\mathbf{i} + \mathbf{j}$ (2 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

26) The normal distribution curve of the random variable X is shown below (4 marks)



From the diagram find:

The mean (μ).

The standard deviation (σ).

The area under the curve.

The percentage of area lies below the mean.

27) Let $X \sim N(70, 8^2)$. Find $P(74 \leq X \leq 88)$ (7 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

- 28) Students' marks for an exam are normally distributed with a mean μ and a standard deviation of 25

Let X be the distribution of exam marks where $P(X \leq 68) = 0.7881$

Find μ (3 marks)

[End of Examination]

Do not write in this space

Formulas sheet

Logarithms & Exponential Functions

- $\log xy = \log x + \log y$
- $\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$
- $\log x^k = k \log x$
- $y = a^x \rightarrow \log_a y = x$
- $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^k = k \log_a x$
- $y = e^x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = e^x = y$
- $y = e^{ax} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = ae^x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = ay$
- $e^x = y \Leftrightarrow \ln y = x$

Do not write in this space

Do not write in this space

Integration

- **The trapezium rule:**

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{1}{2} h \{ y_0 + 2(y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1}) + y_n \}$$

, where $h = \frac{b-a}{n}$ and n is the number of intervals.

- **Rules of integration :**

- $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1$
- $\int f(x) \pm g(x) dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$
- $\int e^x dx = e^x + c$
- $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c, \text{ where } x \neq 0$
- $\int \sin x dx = -\cos x + c$
- $\int \cos x dx = \sin x + c$
- $\int \sec^2 x dx = \tan x + c$

- **Integration by substitution:**

$$\int f(x) dx = \int f(x) \frac{dx}{du} du$$

- $\int k f(x)dx = k \int f(x)dx$
- $\int k(ax+b)^n dx = \frac{k}{a(n+1)} (ax+b)^{n+1} + c$
 $n \neq -1$
- $\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + c$
- $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$
- $\int \sin ax dx = -\frac{1}{a} \cos ax + c$
- $\int \cos ax dx = \frac{1}{a} \sin ax + c$
- $\int \frac{1}{x^2+a^2} dx = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$

- **Integration by parts :**

$$\int u \frac{dv}{dx} dx = uv - \int v \frac{du}{dx} dx$$

Do not write in this space

Vectors

- The magnitude (or length) of vector $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ is $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- The distance d between $A(x_1, y_1)$ and $B(x_2, y_2)$ is $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
- The direction of the vector $A = xi + yj$ is measured from the positive i vector by $\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$
- If the position vector of A is \mathbf{a} and the position vector of B is \mathbf{b} , then the relative displacement of B from A is $\overrightarrow{AB} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$

Do not write in this space

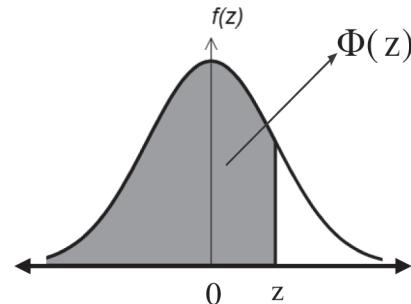
Do not write in this space

Normal Distribution

$$\bullet \quad Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

- If Z has a normal distribution with mean 0 and variance 1, then for each value of z , the table gives the value of $\Phi(z)$, where

$$\Phi(z) = P(Z \leq z)$$



- For negative values of z use $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$.

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	ADD
	0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359	4	8	12	16	20	24	28	32	36
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753	4	8	12	16	20	24	28	32	36	
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141	4	8	12	15	19	23	27	31	35	
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517	4	7	11	15	19	22	26	30	34	
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879	4	7	11	14	18	22	25	29	32	
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224	3	7	10	14	17	20	24	27	31	
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549	3	7	10	13	16	19	23	26	29	
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852	9	3	6	12	15	18	21	24	27	
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133	8	3	5	11	14	16	19	22	25	
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389	8	3	5	10	13	15	18	20	23	
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621	7	2	5	9	12	14	16	19	21	
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830	6	2	4	8	10	12	14	16	18	
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015	6	2	4	7	9	11	13	15	17	
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177	5	2	3	6	8	10	11	13	14	
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319	4	1	3	6	7	8	10	11	13	
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441	4	1	2	5	6	7	8	10	11	
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545	3	1	2	4	5	6	7	8	9	
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633	3	1	2	4	4	5	6	7	8	
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706	2	1	1	3	4	4	5	6	6	
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767	2	1	1	2	3	4	4	5	5	
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817	1	0	1	2	2	3	3	4	4	
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857	1	0	1	2	2	2	3	3	4	
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890	1	0	1	1	2	2	2	3	3	
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916	1	0	1	1	1	2	2	2	2	
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936	1	0	0	1	1	1	1	2	2	
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952	0	0	0	1	1	1	1	1	1	
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964	0	0	0	0	1	1	1	1	1	
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974	0	0	0	0	0	1	1	1	1	
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981	0	0	0	0	0	0	0	1	1	
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Do not write in this space

مسودة

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

مسودة

Do not write in this space

مسودة

Do not write in this space

Do not write in this space



مركز القياس والتقويم التربوي

The Center for Educational Assessment
and Measurement (CEAM)



سُلْطَانَةُ عُمَانُ

وَزَارُونَهُ التَّرَيِّحُ وَالنَّعْلَيْهُ

امتحان دبلوم التعليم العام للمدارس الخاصة (ثنائية اللغة)

للعام الدراسي ١٤٤٤ هـ - ٢٠٢٣ / ٢٠٢٢ م

الدور الثاني - الفصل الدراسي الثاني

- زمن الإجابة: ثلاثة ساعات.
- الإجابة في الورقة نفسها.

- تنبيه: • المادة: الرياضيات البحتة.
- الأسئلة في (١٥) صفحة.

- يجب على الممتحن التأكد من استلام دفتر امتحانه، مخلفاً بخلاف بلاستيك شفاف وغير ممزق، وهو مسؤول عنه حتى يسلمه مراقبى اللجنة بعد الانتهاء من الإجابة.

- يجب الالتزام بضوابط إدارة امتحانات دبلوم التعليم العام وما في مستوى وأية مخالفة لهذه الضوابط تعرضك للتدابير والإجراءات والعقوبات المنصوص عليها بالقرار الوزاري رقم ٥٨٨ / ٢٠١٥.

- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الامتحان المقالية بقلم الحبر (الأزرق أو الأسود).

- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الاختيار من متعدد بتظليل الشكل (□) وفق النموذج الآتي:

- س - عاصمة سلطنة عمان هي:
 القاهرة الدوحة
 مسقط أبوظبي

ملاحظة: يتم تظليل الشكل (■) باستخدام القلم الرصاص وعند الخطأ، امسح بعناية لإجراء التغيير.

صحيح غير صحيح

تعليمات مهمة:

- يجب الحضور إلى قاعة الامتحان قبل عشر دقائق على الأقل من بدء زمن الامتحان.

- يجب إحضار أصل ما يثبت الهوية وإبرازها للعاملين بالامتحانات.

- يجب الالتزام بالزي (الدشداشة البيضاء والمصر أو الكمة للذكور والزي المدرسي للطلاب)، ويستثنى من ذلك الدارسون من غير العمانيين بشرط الالتزام بالذوق العام، ويعنى على جميع المتقدمات ارتداء النقاب داخل المركز وقاعات الامتحان.

- يحظر على الممتحنين اصطدام الهواتف النقالة وأجهزة النداء الآلي وألات التصوير والحواسيب الشخصية وال ساعات الرقمية الذكية والآلات الحاسبة ذات الصفة التخزينية والمجلات والصحف والكتب الدراسية والدفاتر والمذكرات والحقائب اليدوية والآلات الحادة أو الأسلحة أيّاً كان نوعها وأي شيء له علاقة بالامتحان.

- يجب على الممتحن الامتثال لإجراءات التفتيش داخل المركز طوال أيام الامتحان.



مسودة، لا يتم تصحيحها

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Instructions:

1. Non-programmable calculators are allowed.
2. List of formulas is given on the last page.

Part 1: Multiple Choice Questions**(14 marks)**

For items 1 to 14, shade the bubble () corresponding to the **correct** answer.
(Each item carries one mark):

1) $\log \frac{1}{x} =$

 - $\log 1$ - $\log x$ $\log x$ $\log 1$

2) $\log_a 4 + \log_a 2 =$

 $\log_a 2$ $\log_a 6$ $\log_a 8$ $\log_a 16$

3) If $3^{3x+1} = 729$, then the value of x equals

 1 $\frac{4}{3}$ $\frac{5}{3}$ 6

Do not write in this space

Part 1 continued

4) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{7} \cos x \, dx =$

 -1 $-\frac{1}{7}$ $\frac{1}{7}$ 1

5) $\int 8 \sec^2 x \, dx =$

 $-8 \tan x + c$ $8 \tan 8x + c$ $-8 \tan 8x + c$ $8 \tan x + c$

6) $\int \frac{4}{4x - 3} \, dx =$

 $-4 \ln|4x - 3| + c$ $-\ln|4x - 3| + c$ $\ln|4x - 3| + c$ $4 \ln|4x - 3| + c$

7) $\int \frac{5}{x^2 + 25} \, dx =$

 $\tan^{-1} x + c$ $\tan^{-1} \frac{x}{5} + c$ $\frac{1}{5} \tan^{-1} x + c$ $\frac{1}{5} \tan^{-1} \frac{x}{5} + c$ **Do not write in this space****Do not write in this space**

Do not write in this space

Part 1 continued

8) If $\int \frac{1}{2}x\sqrt{x-1} dx = \frac{1}{b}(x-1)^{\frac{5}{2}} + \frac{1}{3}(x-1)^{\frac{3}{2}} + c$,

then the value of b equals

1

2

3

5

9) If $(5\mathbf{i} + 2\mathbf{j}) + (3\mathbf{i} - \mathbf{j}) = 8\mathbf{i} + w\mathbf{j}$, then the value of w is

3

1

-1

-3

10) The angle between the vector $\begin{pmatrix} 7 \\ 12 \end{pmatrix}$ and the vector \mathbf{i} is

120.26°

59.74°

-59.74°

-120.26°

11) The distance between the points $(5, 8)$ and $(3, 4)$ is

$\sqrt{10}$

$\sqrt{12}$

$\sqrt{20}$

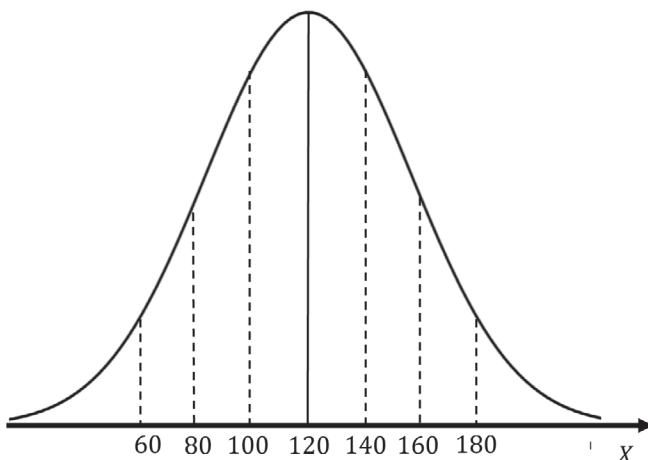
$\sqrt{26}$

Do not write in this space

Part 1 continued

- 12) If the alongside diagram shows the normal distribution curve of the random variable X , then the value of μ is

- 120
- 140
- 160
- 180



- 13) If $Z \sim N(0, 1)$, then $P(Z \geq 0.16) =$

- 0.2005
- 0.4364
- 0.5636
- 0.7995

- 14) If a random variable X is normally distributed with a mean of 40 and standard deviation of 15 and $P(X < a) = 0.8849$ where $a > 0$, then the value of a equals

- 22
- 25
- 55
- 58

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2: Extended Response Questions

(56 marks)

Write all answers in the space provided for items 15 – 28. Show all your work.

15) If $\ln a = 16$ and $\ln b = 2$, find the value of $\ln(ab)$ (2 marks)

16) Solve the equation $2e^{4x} = 10$ (3 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

17) By using logarithms, solve the inequality $6^{x-2} < 216$ (4 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

- 18) Without using a calculator, prove that $\frac{\log 343}{\log 49} = \frac{3}{2}$ (3 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

19) The table below gives the values of the function $f(x)$

x	2	4	6	8	10
$f(x)$	10.5	15.5	18.4	20.2	22.4

Use the trapezium rule with $h = 2$ to estimate $\int_2^{10} f(x) \, dx$ (5 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

- 20) By using the **partial fraction integration method**, find $\int \frac{6x - 18}{(x + 1)(x - 3)} dx$ (6 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

21) Find $\int x \cos x \, dx$ (6 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

22) Show that $\int_0^1 \frac{e^{-x} + 1}{e^{-x}} dx = e$ (4 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

23) Simplify:
$$\begin{pmatrix} 6 \\ -2 \\ 11 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ -1 \end{pmatrix}$$
 (3 marks)

24) Find the unit vector in the direction of $(2\mathbf{i} - 5\mathbf{j})$ (4 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

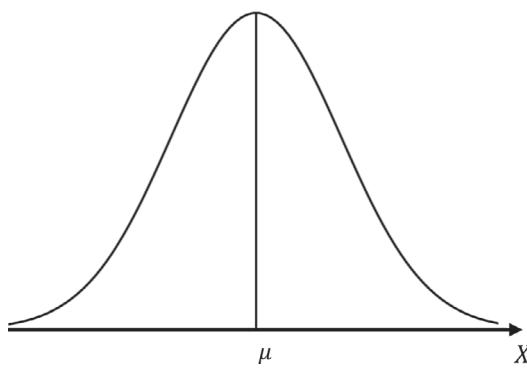
Part 2 continued

25) Let the vectors $\mathbf{m} = (9\mathbf{i} - 4\mathbf{j})$ and $\mathbf{n} = (3\mathbf{i} + 2\mathbf{j})$

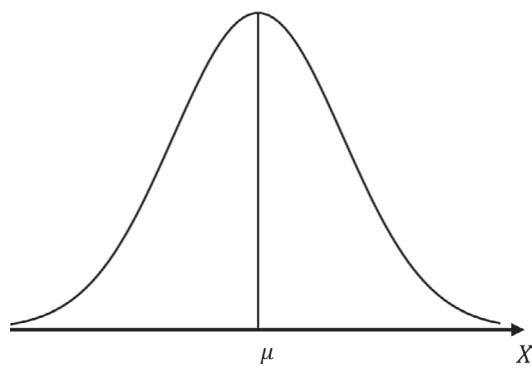
Prove that $\mathbf{m} + 7\mathbf{n}$ is parallel to $3\mathbf{i} + \mathbf{j}$ (2 marks)

26) Let $X \sim N(\mu, \sigma^2)$. Shade the required area in the following diagrams: (4 marks)

(i) $P(X \leq a)$ where $a < \mu$



(ii) $P(X \leq a)$ where $a > \mu$



Do not write in this space

Part 2 continued

27) Let $X \sim N(65, 10^2)$. Find $P(70 \leq X \leq 81)$ (7 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

- 28) Students' marks for an exam are normally distributed with a mean of 72 and a standard deviation σ

Let X be the distribution of exam marks where $P(X \leq 92) = 0.9938$

Find σ (3 marks)

[End of Examination]

Do not write in this space

Formulas sheet

Logarithms & Exponential Functions

- $\log xy = \log x + \log y$
- $\log \frac{x}{y} = \log x - \log y$
- $\log x^k = k \log x$
- $y = a^x \rightarrow \log_a y = x$
- $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^k = k \log_a x$
- $y = e^x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = e^x = y$
- $y = e^{ax} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = ae^x \Rightarrow \frac{dy}{dx} = ay$
- $e^x = y \Leftrightarrow \ln y = x$

Do not write in this space

Do not write in this space

Integration

- **The trapezium rule:**

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{1}{2} h \{ y_0 + 2(y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1}) + y_n \}$$

, where $h = \frac{b-a}{n}$ and n is the number of intervals.

- **Rules of integration :**

- $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1$
- $\int f(x) \pm g(x) dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$
- $\int e^x dx = e^x + c$
- $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c, \text{ where } x \neq 0$
- $\int \sin x dx = -\cos x + c$
- $\int \cos x dx = \sin x + c$
- $\int \sec^2 x dx = \tan x + c$

- **Integration by substitution:**

$$\int f(x) dx = \int f(x) \frac{dx}{du} du$$

- $\int k f(x)dx = k \int f(x)dx$
- $\int k(ax+b)^n dx = \frac{k}{a(n+1)} (ax+b)^{n+1} + c$
 $n \neq -1$
- $\int e^{ax} dx = \frac{1}{a} e^{ax} + c$
- $\int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \ln|f(x)| + c$
- $\int \sin ax dx = -\frac{1}{a} \cos ax + c$
- $\int \cos ax dx = \frac{1}{a} \sin ax + c$
- $\int \frac{1}{x^2+a^2} dx = \frac{1}{a} \tan^{-1} \frac{x}{a} + c$

- **Integration by parts :**

$$\int u \frac{dv}{dx} dx = uv - \int v \frac{du}{dx} dx$$

Do not write in this space

Vectors

- The magnitude (or length) of vector $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ is $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{a^2 + b^2}$
- The distance d between $A(x_1, y_1)$ and $B(x_2, y_2)$ is $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$
- The direction of the vector $A = xi + yj$ is measured from the positive i vector by $\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$
- If the position vector of A is \mathbf{a} and the position vector of B is \mathbf{b} , then the relative displacement of B from A is $\overrightarrow{AB} = \mathbf{b} - \mathbf{a}$

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

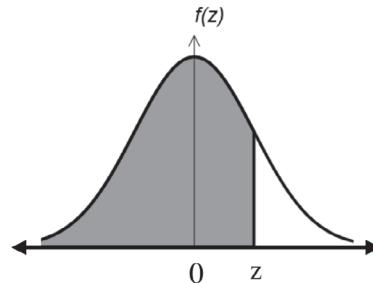
Normal Distribution

THE NORMAL DISTRIBUTION FUNCTION

$$\bullet \quad Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

- If Z has a normal distribution with mean 0 and variance 1, then for each value of z , the table gives the value of $\Phi(z)$, where

$$\Phi(z) = P(Z \leq z)$$



- For negative values of z use $\Phi(-z) = 1 - \Phi(z)$.

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9	ADD
	0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359	4	8	12	16	20	24	28	32	36
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753	4	8	12	16	20	24	28	32	36	
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141	4	8	12	15	19	23	27	31	35	
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517	4	7	11	15	19	22	26	30	34	
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879	4	7	11	14	18	22	25	29	32	
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224	3	7	10	14	17	20	24	27	31	
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549	3	7	10	13	16	19	23	26	29	
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7704	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852	9	3	6	12	15	18	21	24	27	
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133	8	3	5	11	14	16	19	22	25	
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389	8	3	5	10	13	15	18	20	23	
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621	7	2	5	9	12	14	16	19	21	
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830	6	2	4	8	10	12	14	16	18	
1.2	0.8849	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.9015	0.9033	6	2	4	7	9	11	13	15	17	
1.3	0.9032	0.9049	0.9066	0.9082	0.9099	0.9115	0.9131	0.9147	0.9162	0.9177	5	2	3	6	8	10	11	13	14	
1.4	0.9192	0.9207	0.9222	0.9236	0.9251	0.9265	0.9279	0.9292	0.9306	0.9319	4	1	3	6	7	8	10	11	13	
1.5	0.9332	0.9345	0.9357	0.9370	0.9382	0.9394	0.9406	0.9418	0.9429	0.9441	4	1	2	5	6	7	8	10	11	
1.6	0.9452	0.9463	0.9474	0.9484	0.9495	0.9505	0.9515	0.9525	0.9535	0.9545	3	1	2	4	5	6	7	8	9	
1.7	0.9554	0.9564	0.9573	0.9582	0.9591	0.9599	0.9608	0.9616	0.9625	0.9633	3	1	2	4	4	5	6	7	8	
1.8	0.9641	0.9649	0.9656	0.9664	0.9671	0.9678	0.9686	0.9693	0.9699	0.9706	2	1	1	3	4	4	5	6	6	
1.9	0.9713	0.9719	0.9726	0.9732	0.9738	0.9744	0.9750	0.9756	0.9761	0.9767	2	1	1	2	3	4	4	5	5	
2.0	0.9772	0.9778	0.9783	0.9788	0.9793	0.9798	0.9803	0.9808	0.9812	0.9817	1	0	1	2	2	3	3	4	4	
2.1	0.9821	0.9826	0.9830	0.9834	0.9838	0.9842	0.9846	0.9850	0.9854	0.9857	1	0	1	2	2	2	3	3	4	
2.2	0.9861	0.9864	0.9868	0.9871	0.9875	0.9878	0.9881	0.9884	0.9887	0.9890	1	0	1	1	2	2	2	3	3	
2.3	0.9893	0.9896	0.9898	0.9901	0.9904	0.9906	0.9909	0.9911	0.9913	0.9916	1	0	1	1	1	2	2	2	2	
2.4	0.9918	0.9920	0.9922	0.9925	0.9927	0.9929	0.9931	0.9932	0.9934	0.9936	1	0	0	1	1	1	1	2	2	
2.5	0.9938	0.9940	0.9941	0.9943	0.9945	0.9946	0.9948	0.9949	0.9951	0.9952	0	0	0	1	1	1	1	1	1	
2.6	0.9953	0.9955	0.9956	0.9957	0.9959	0.9960	0.9961	0.9962	0.9963	0.9964	0	0	0	0	1	1	1	1	1	
2.7	0.9965	0.9966	0.9967	0.9968	0.9969	0.9970	0.9971	0.9972	0.9973	0.9974	0	0	0	0	0	1	1	1	1	
2.8	0.9974	0.9975	0.9976	0.9977	0.9977	0.9978	0.9979	0.9979	0.9980	0.9981	0	0	0	0	0	0	0	1	1	
2.9	0.9981	0.9982	0.9982	0.9983	0.9984	0.9984	0.9985	0.9985	0.9986	0.9986	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Do not write in this space

مسودة

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

مسودة

Do not write in this space

مسودة

Do not write in this space

Do not write in this space



امتحان دبلوم التعليم العام للمدارس الخاصة (ثنائية اللغة)

للعام الدراسي ١٤٤٣ هـ - ٢٠٢٢ / ٢٠٢١ م

الدور الأول - الفصل الدراسي الثاني

- زمن الإجابة: ثلاثة ساعات.
- الإجابة في الورقة نفسها.

- تنبيه: • المادة: الرياضيات البحتة.
- الأسئلة في (٩) صفحات.

- يجب على الممتحن التأكد من استلام دفتر امتحانه، مخلفاً بخلاف بلاستيك شفاف وغير ممزق، وهو مسؤول عنه حتى يسلمه مراقب اللجنة بعد الانتهاء من الإجابة.

- يجب الالتزام بضوابط إدارة امتحانات دبلوم التعليم العام وما في مستوى وأية مخالفة لهذه الضوابط تعرضك للتدابير والإجراءات العقوبات المنصوص عليها بالقرار الوزاري رقم ٥٨٨ / ٢٠١٥.

- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الامتحان المقالية بقلم الحبر (الأزرق أو الأسود).

- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الاختيار من متعدد بتظليل الشكل (□) وفق النموذج الآتي:

- | | | |
|--------------------------|----------------------------------|--|
| س - عاصمة سلطنة عمان هي: | <input type="checkbox"/> القاهرة | <input type="checkbox"/> الدوحة |
| | <input type="checkbox"/> مسقط | <input checked="" type="checkbox"/> أبوظبي |

ملاحظة: يتم تظليل الشكل (■) باستخدام القلم الرصاص وعند الخطأ، امسح بعناية لإجراء التغيير.

صحيح غير صحيح

تعليمات مهمة:

- يجب الحضور إلى قاعة الامتحان قبل عشر دقائق على الأقل من بدء زمن الامتحان.

- يجب إحضار أصل ما يثبت الهوية وإبرازها للعاملين بالامتحانات.

- يجب الالتزام بالزي (الدشداشة البيضاء والمصر أو الكمة للذكر) والذي المدرسي للطلاب ، ويستثنى من ذلك الدارسون من غير العمانيين بشرط الالتزام بالذوق العام، ويعنى على جميع المتقدمات ارتداء النقاب داخل المركز وقاعات الامتحان.

- يحظر على الممتحنين اصطدام الهواتف النقالة وأجهزة النداء الآلي وألات التصوير والحواسيب الشخصية وال ساعات الرقمية الذكية والآلات الحاسبة ذات الصفة التخزينية والمجلات والصحف والمكتبات الدراسية والدفاتر والمذكرات والحقائب اليدوية والآلات الحادة أو الأسلحة أيّاً كان نوعها وأي شيء له علاقة بالامتحان.

- يجب على الممتحن الامتثال لإجراءات التفتيش داخل المركز طوال أيام الامتحان.



مسودة، لا يتم تصحيحها

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Question 1: Multiple Choice**(14 marks)**

For each item 1 to 14, shade in the bubble () next to the **correct** answer for each of the following items.

- 1) The asymptote to the graph of $y = e^x - 2$ is:

$x = 2$
 $y = -2$

$x = -2$
 $y = 2$

- 2) The solution of $e^{2-x} = e \ln e$ is:

0
 2

1
 e

- 3) The solutions of the equation $x^2 - 3ex + 2e^2 = 0$ are:

$-e, -2e$
 $e, -2e$

$-e, 2e$
 $e, 2e$

- 4) If $f(x) = 7 + \ln x$, then $f'(x)$ equals:

$\frac{1}{x^2}$
 $\frac{7}{x}$

$\frac{1}{x}$
 $\frac{7}{x^2}$

- 5) The coordinates of the stationary point for the curve $y = (x + 1)^2 - 2$ are:

(1, 2)
 (-1, -2)

(2, 1)
 (-2, -1)

- 6) If $y = x^5 \sin 2x$, then $\frac{dy}{dx}$ equals:

$5x^4 \sin 2x + 2x^5 \cos 2x$
 $5x^6 \sin 2x + 2x^5 \cos 2x$

$5x^4 \sin 2x - 2x^5 \cos 2x$
 $5x^5 \sin 2x - 2x^5 \cos 2x$

- 7) If $f(x) = e^{2x} - e^{-2x}$, then $f''(x) =$

$\frac{1}{4}(e^x - e^{-x})(e^x + e^{-x})$
 $4(e^{-x} - e^x)(e^{-x} + e^x)$

$\frac{1}{4}(e^{-x} - e^x)(e^{-x} - e^x)$
 $4(e^x - e^{-x})(e^x + e^{-x})$

Do not write in this space

Question 1 continued8) If $2y - x^2 = 8$, then $y' =$ x $8 - 2x$ $-2x$ $\frac{x^2}{2}$ 9) The gradient of the normal to the curve $3x^2 - y^2 = -6$ at the point $(1, 3)$ is: -3 1 -1 3 10) If the stationary point on the curve $ax^2 + xy + b = 0$ is $(-1, 2)$, then the value of a is: -2 1 -1 2

11) $\int_5^{10} \frac{1}{x} dx =$

 $\ln \frac{1}{2}$ $\frac{1}{10}$ $\ln 2$ 2

12) $\int x(1 + x^2)^7 dx =$

 $\frac{1}{7}(1 + x^2)^8 + c$ $\frac{1}{14}(1 + x^2)^8 + c$ $\frac{1}{8}(1 + x^2)^8 + c$ $\frac{1}{16}(1 + x^2)^8 + c$

13) $\int_0^1 4(x+1) e^{(x^2+2x)} dx =$

 $4(e^3 - 1)$ $2e^3 - 1$ $2(e^3 - 1)$ $4e^3 - 1$ 14) If $\int_a^{e^{10}} \frac{1}{x} dx = 10$, then the value of $a =$ 1 10 e $10e$ **Do not write in this space****Do not write in this space**

Do not write in this space

Extended Response Questions

(56 marks)

Write all answers in the space provided for items 15 – 28. Show all your work.

15) Solve $e^{4x+1} = 28$ (4 marks)

16) For $f(x) = e^{3x+2} - 5$, find the inverse function $f^{-1}(x)$. (5 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

- 17) Given that the graphs of $f(x) = 1 + e^x$ and $f(x) = 1 + e^{-x}$ cut the y -axis at the point B , find the coordinates of B . (2 marks)
- 18) Differentiate with respect to x :
 $y = 2x \tan x + \sin x + 10x - 8$ (5 marks)
- 19) If $f(x) = \frac{(x-5)}{3x}$, find $f'(1)$. (4 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

- 20) Find the equation of the normal to the curve $y = 3 \cos x$, at the point $(\frac{\pi}{2}, 0)$

(4 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

- 21) If $\frac{d}{dx} \ln \sqrt{ax + b} = \frac{9}{ax + 2}$, where a and b are constants. Find the value of a . (4 marks)
- 22) Use the implicit differentiation of $y(x + 1) = 3x^2 + 2$ to find y' . (4 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

- 23) If the volume of a cube is increasing at a rate of $96 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$ when the length of its side is 2 cm, find the rate of increase in the length side of the cube. (5 marks)
- 24) Given that $xy + ax^2 - 2y^2 = 0$ and the equation of the tangent to the curve $xy + ax^2 - 2y^2 = 0$ is $y = x - 1$ at the point (1, 1). Find the value of a . (2 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

- 25) Find $\int 7 e^{7x} dx.$ (4 marks)
- 26) Find the equation of the curve which passes through $(0, 81)$ and for which
 $\frac{dy}{dx} = 4(2x + 2)(x^2 + 2x + 3)^3.$ (5 marks)

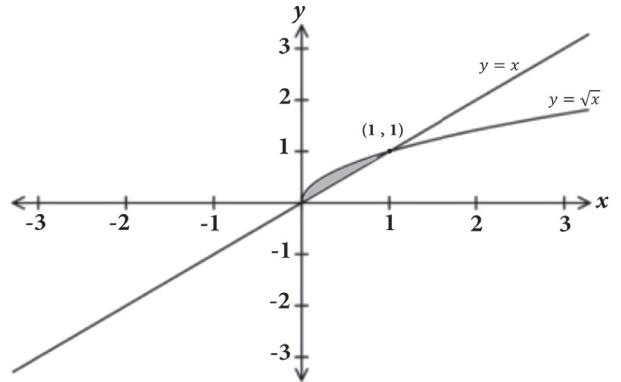
Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

- 27) Find the volume of the solid generated when the shaded area is rotated through 360° about x -axis. (6 marks)



- 28) Given that $f''(x) = 3e^x$, $f'(0) = 2$ and $f(0) = 3$. Find $f(x)$. (2 marks)

[End of Examination]

Do not write in this space

Formulae sheets

- $\frac{d}{dx} g(f(x)) = g'(f(x)) \times f'(x)$
- $\frac{d}{dx} (f(x))^n = n(f(x))^{n-1} \times f'(x)$
- $\frac{d}{dx} k (f(x))^n = kn(f(x))^{n-1} \times f'(x)$
- $\frac{d}{dx} (ax + b)^n = na(ax + b)^{n-1}$
- $\frac{d}{dx} (f(x)g(x)) = f(x)g'(x) + g(x)f'(x)$
- $\frac{d}{dx} \left(\frac{f(x)}{g(x)}\right) = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$
- $\frac{d}{dx} (e^x) = e^x$
- $\frac{d}{dx} (e^{kx}) = k e^{kx}$
- $\frac{d}{dx} (e^{f(x)}) = f'(x)e^{f(x)}$
- $\frac{d}{dx} (ke^{f(x)}) = k f'(x)e^{f(x)}$
- $\frac{d}{dx} (e^{ax+b}) = ae^{ax+b}$
- $\frac{d}{dx} (\ln x) = \frac{1}{x}$
- $\frac{d}{dx} (\ln(kx)) = \frac{1}{x}$
- $\frac{d}{dx} (\ln(f(x))) = \frac{f'(x)}{f(x)}$
- $\frac{d}{dx} (k \ln(f(x))) = k \frac{f'(x)}{f(x)}$
- $\frac{d}{dx} (\ln(ax + b)) = \frac{a}{ax + b}$
- $\frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x$
- $\frac{d}{dx} (\cos x) = -\sin x$
- $\frac{d}{dx} (\tan x) = \sec^2 x$
- $\frac{d}{dx} (\sec x) = \sec x \tan x$
- $\frac{d}{dx} (\cot x) = -\operatorname{cosec}^2 x$
- $\frac{d}{dx} (\operatorname{cosec} x) = -\operatorname{cosec} x \cot x$
- $\frac{d}{dx} (\sin f(x)) = f'(x) \cos(f(x))$
- $\frac{d}{dx} (\cos f(x)) = -f'(x) \sin(f(x))$
- $\frac{d}{dx} (\tan f(x)) = f'(x) \sec^2 f(x)$
- $\frac{d}{dx} (k \sin^n(f(x))) = kn \sin^{n-1}(f(x)) \times \frac{d}{dx} (\sin(f(x)))$
- $\frac{d}{dx} (k \cos^n(f(x))) = kn \cos^{n-1}(f(x)) \times \frac{d}{dx} (\cos(f(x)))$
- Connected rates of change :
- $\frac{da}{dx} = \frac{da}{db} \cdot \frac{db}{dc} \cdot \dots \dots \dots \cdot \frac{dw}{dx}$

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

- $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1$
- $\int f(x) \pm g(x) dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$
- $\int k f(x)dx = k \int f(x)dx$
- $\int k(ax+b)^n dx = \frac{k}{a(n+1)} (ax+b)^{n+1} + c$
 $n \neq -1$
- $\int k(f(x))^n f'(x)dx = \frac{k}{n+1} (f(x))^{n+1} + c$
 $n \neq -1$
- $\int e^x dx = e^x + c$
- $\int e^{(ax+b)} dx = \frac{e^{(ax+b)}}{a} + c$
- $\int k f'(x) e^{f(x)} dx = k e^{f(x)} + c$
- $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + c$
- *the volume of cube with length L
volume = L^3*
- The Volume (V) of solid generated is given by:

$$V = \int_a^b \pi y^2 dx$$

Do not write in this space

مسودة

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

مسودة^{١٣}

Do not write in this space

مسودة

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

مسودة

Do not write in this space

مسودة

Do not write in this space

Do not write in this space



امتحان دبلوم التعليم العام للمدارس الخاصة (ثنائية اللغة)

للعام الدراسي ١٤٤٣ هـ - ٢٠٢٢ / ٢٠٢١ م

الدور الثاني - الفصل الدراسي الثاني

- زمن الإجابة: ثلاثة ساعات.
- الإجابة في الورقة نفسها.

- تنبية: المادة: الرياضيات البحتة.
- الأسئلة في (١١) صفحة.

- يجب على الممتحن التأكد من استلام دفتر امتحانه، مخلفاً بخلاف بلاستيك شفاف وغير ممزق، وهو مسؤول عنه حتى يسلمه مراقب اللجنة بعد الانتهاء من الإجابة.

- يجب الالتزام بضوابط إدارة امتحانات دبلوم التعليم العام وما في مستوى وأية مخالفة لهذه الضوابط تعرضك للتدابير والإجراءات والعقوبات المنصوص عليها بالقرار الوزاري رقم ٥٨٨ / ٢٠١٥.

- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الامتحان المقالية بقلم الحبر (الأزرق أو الأسود).

- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الاختيار من متعدد بتظليل الشكل (□) وفق النموذج الآتي:

- س - عاصمة سلطنة عمان هي:
الدوحة القاهرة
أبوظبي مسقط

ملاحظة: يتم تظليل الشكل (■) باستخدام القلم الرصاص وعند الخطأ، امسح بعناية لإجراء التغيير.

صحيح غير صحيح

تعليمات مهمة:

- يجب الحضور إلى قاعة الامتحان قبل عشر دقائق على الأقل من بدء زمن الامتحان.

- يجب إحضار أصل ما يثبت الهوية وإبرازها للعاملين بالامتحانات.

- يجب الالتزام بالزي (الدشداشة البيضاء والمصر أو الكمة للذكور والزي المدرسي للطلاب)، ويستثنى من ذلك الدارسون من غير العمانيين بشرط الالتزام بالذوق العام، ويعنى على جميع المتقدمات ارتداء النقاب داخل المركز وقاعات الامتحان.

- يحظر على الممتحنين اصطدام الهواتف النقالة وأجهزة النداء الآلي وألات التصوير والحواسيب الشخصية وال ساعات الرقمية الذكية والآلات الحاسبة ذات الصفة التخزينية والمجلات والصحف والمكتبات الدراسية والدفاتر والمذكرات والحقائب اليدوية والآلات الحادة أو الأسلحة أيّاً كان نوعها وأي شيء له علاقة بالامتحان.

- يجب على الممتحن الامتثال لإجراءات التفتيش داخل المركز طوال أيام الامتحان.



مسودة، لا يتم تصحيحها

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Question 1: Multiple Choice

(14 marks)

For each item 1 to 14, shade in the bubble () next to the **correct** answer for each of the following items.

- 1) The asymptote to the graph of $y = e^x + 3$ is:

$y = -3$
 $x = 3$

$y = 3$
 $x = -3$

- 2) The solution of $e^x = e^{2\ln e}$ is:

0
 2

1
 e

- 3) The solution of the equation $x^2 + 2ex + e^2 = 0$ is:

$-2e$
 e

$-e$
 $2e$

- 4) If $f(x) = 3 + e^{8x}$, then $f'(x) =$

e^{8x}
 $8e^{7x}$

$8e^{8x}$
 $24e^{7x}$

- 5) If $y = \frac{\cos 2x}{x^3}$, then $\frac{dy}{dx} =$

$\frac{2x \sin(2x) - 3 \cos(2x)}{x^4}$

$\frac{-2x \sin(2x) - 3 \cos(2x)}{x^4}$

$\frac{2x \sin(2x) - 3 \cos(2x)}{x^3}$

$\frac{-2x \sin(2x) + 3 \cos(2x)}{x^3}$

- 6) The gradient of the curve $y = 4(6x - 1)^2$ at the point (0 , 4) equals:

-48
 -8

-36
 -6

Do not write in this space

Question 1 continued

7) If $y = \frac{1 - \sin^2 x}{1 + \sin x}$, then the value of $\frac{d^2y}{dx^2} + 2y$ at $x = 0$ equals:

 0 1 2 3

8) If $xy = 1$ then, $y' =$

 1 $1 - y$ $\frac{1}{x}$ $\frac{-y}{x}$

9) The gradient of the normal to the curve $y^2 - xy = 0$ at the point $(1, 1)$ is:

 -3 -1 1 3

10) If the stationary point on the curve $x^2 - axy + c = 0$ is $(2, 1)$, then the value of a is:

 1 2 3 4

11) $\int 4e^{2x+1} dx =$

 $e^{2x+1} + c$ $4e^{2x+1} + c$ $2e^{2x+1} + c$ $\frac{1}{2}e^{2x+1} + c$

12) $\int (3x^2 + 6x)(x^3 + 3x^2 + 1)^{11} dx =$

 $(x^3 + 3x^2 + 1)^{12} + c$ $11(x^3 + 3x^2 + 1)^{10} + c$ $\frac{1}{11}(x^3 + 3x^2 + 1)^{10} + c$ $\frac{1}{12}(x^3 + 3x^2 + 1)^{12} + c$

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Question 1 continued

- 13) If a curve has the gradient function $16(4x + 2)^3$ and passes through the point $(0, 18)$, then the equation of the curve is:

$16(4x + 2)^4$

$(4x + 2)^4$

$(4x + 2)^4 - 2$

$(4x + 2)^4 + 2$

- 14) If $f'(x) = \frac{1}{x}$, $f(a) = 0$, $f(b) = 1$, then the value of $\frac{b}{a}$ equals:

1

2

e

$e + 1$

Do not write in this space

Extended Response Questions**(56 marks)**

Write all answers in the space provided for items 15 – 28. Show all your work.

15) Solve $(e^x + 2)(e^x - 3) = 0$ (4 marks)

16) For $f(x) = e^{2x-3} + 2$, find the inverse function $f^{-1}(x)$. (5 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

- 17) Given that the graphs of $f(x) = e^x$ and $f(x) = e^{-x}$ cut the y -axis at the point A , find the coordinates of A .

(2 marks)

- 18) Differentiate with respect to x : $y = x^4 \cot x - \sin x + \ln(3x) - 9$

(5 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

- 19) If $f(x) = (x^2 - 1)(\sqrt{3x + 2})$, find $f'(0)$. (4 marks)
- 20) Find the equation of the tangent to the curve $y = \frac{1}{2}\sin^4 x$, at the point $(\frac{\pi}{4}, \frac{1}{8})$ (4 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

21) If $f(x) = e^{(ax+1)^2}$, $f(0) = e$ and $f'(x) - 4f(x) = 0$, find the value of a . (4 marks)

22) Use the implicit differentiation of $y = x - xy$ to find y' . (4 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

- 23) The volume of a cube is increasing at rate of $0.3 \text{ cm}^3 \text{s}^{-1}$. Find the rate at which the surface area is increasing when the side length of the cube is 2 cm. (5 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

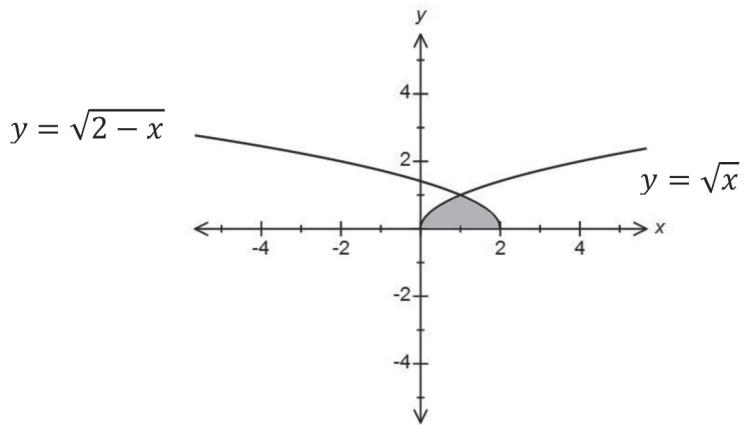
- 24) Given that $by^2 + xy = 3$, find the value of b if the equation of the tangent to the curve $by^2 + xy = 2$ is $y = -x + 3$ at the point $(1, 2)$. (2 marks)

- 25) Find $\int \left(\frac{e^{8x}}{e^{3x-1}} \right) dx$. (4 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

26) Find the area bounded by the curves $y = \sqrt{2 - x}$, $y = \sqrt{x}$ and x -axis . (5 marks)

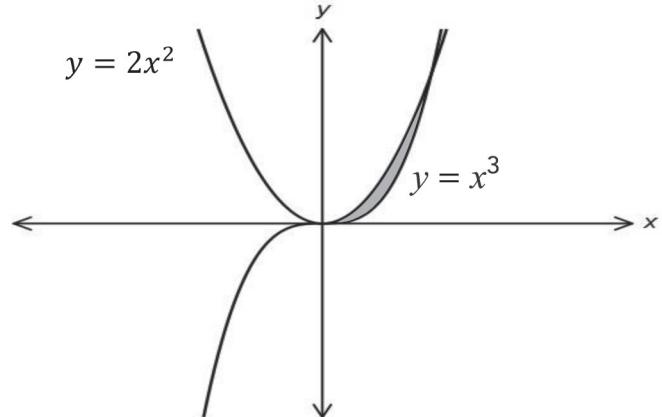


Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

- 27) Find the volume of the solid formed when the area enclosed by the curves $y = 2x^2$ and $y = x^3$ is rotated through 360° about x -axis. (6 marks)



- 28) If $\int_0^1 axe^{3x^2} dx = e^3 - 1$, where a is a constant, find the value of a . (2 marks)

[End of Examination]

Do not write in this space

Formulae sheets

- $\frac{d}{dx} g(f(x)) = g'(f(x)) \times f'(x)$
- $\frac{d}{dx} (f(x))^n = n(f(x))^{n-1} \times f'(x)$
- $\frac{d}{dx} k (f(x))^n = kn(f(x))^{n-1} \times f'(x)$
- $\frac{d}{dx} (ax + b)^n = na(ax + b)^{n-1}$
- $\frac{d}{dx} (f(x)g(x)) = f(x)g'(x) + g(x)f'(x)$
- $\frac{d}{dx} \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right) = \frac{g(x)f'(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$
- $\frac{d}{dx} (e^x) = e^x$
- $\frac{d}{dx} (e^{kx}) = k e^{kx}$
- $\frac{d}{dx} (e^{f(x)}) = f'(x)e^{f(x)}$
- $\frac{d}{dx} (k e^{f(x)}) = k f'(x)e^{f(x)}$
- $\frac{d}{dx} (e^{ax+b}) = ae^{ax+b}$
- $\frac{d}{dx} (\ln x) = \frac{1}{x}$
- $\frac{d}{dx} (\ln kx) = \frac{1}{x}$
- $\frac{d}{dx} (\ln(f(x))) = \frac{f'(x)}{f(x)}$
- $\frac{d}{dx} (k \ln(f(x))) = k \frac{f'(x)}{f(x)}$
- $\frac{d}{dx} (\ln(ax + b)) = \frac{a}{ax + b}$
- $\frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x$
- $\frac{d}{dx} (\cos x) = -\sin x$
- $\frac{d}{dx} (\tan x) = \sec^2 x$
- $\frac{d}{dx} (\sec x) = \sec x \tan x$
- $\frac{d}{dx} (\cot x) = -\operatorname{cosec}^2 x$
- $\frac{d}{dx} (\operatorname{cosec} x) = -\operatorname{cosec} x \cot x$
- $\frac{d}{dx} (\sin f(x)) = f'(x) \cos(f(x))$
- $\frac{d}{dx} (\cos f(x)) = -f'(x) \sin(f(x))$
- $\frac{d}{dx} (\tan f(x)) = f'(x) \sec^2 f(x)$
- $\frac{d}{dx} (k \sin^n(f(x))) = kn \sin^{n-1}(f(x)) \times \frac{d}{dx} (\sin(f(x)))$
- $\frac{d}{dx} (k \cos^n(f(x))) = kn \cos^{n-1}(f(x)) \times \frac{d}{dx} (\cos(f(x)))$
- Connected rates of change :
- $\frac{da}{dx} = \frac{da}{db} \cdot \frac{db}{dc} \cdot \dots \dots \dots \cdot \frac{dw}{dx}$

Do not write in this space

Do not write in this space

- $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + c, n \neq -1$
- $\int f(x) \pm g(x) dx = \int f(x)dx \pm \int g(x)dx$
- $\int k f(x)dx = k \int f(x)dx$
- $\int k(ax+b)^n dx = \frac{k}{a(n+1)} (ax+b)^{n+1} + c$
 $n \neq -1$
- $\int k(f(x))^n f'(x)dx = \frac{k}{n+1} (f(x))^{n+1} + c$
 $n \neq -1$
- The Volume (V) of solid generated is given by:

$$V = \int_a^b \pi y^2 dx$$
- The Volume(V) of a cube

$$V = r^3$$
- The Surface area (S) of a cube

$$S = 6r^2$$

Do not write in this space

مسودة

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

مسودة

Do not write in this space

مسودة

Do not write in this space

Do not write in this space



امتحان دبلوم التعليم العام للمدارس الخاصة (ثنائية اللغة)

للعام الدراسي ١٤٤٢ هـ - ٢٠٢١ / ٢٠٢٠ م

الدور الأول

- زمن الإجابة: ثلاثة ساعات.
- الإجابة في الورقة نفسها.

- تنبيه: • المادة: الرياضيات البحتة.
• الأسئلة في (١١) صفحة.

- يجب على الممتحن التأكد من استلام دفتر امتحانه، مخلفاً بخلاف بلاستيك شفاف وغير ممزق، وهو مسؤول عنه حتى يسلمه مراقب اللجنة بعد الانتهاء من الإجابة.

- يجب الالتزام بضوابط إدارة امتحانات دبلوم التعليم العام وما في مستوى وأية مخالفة لهذه الضوابط تعرضك للتدابير والإجراءات العقوبات المنصوص عليها بالقرار الوزاري رقم ٥٨٨ / ٢٠١٥.

- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الامتحان المقالية بقلم الحبر (الأزرق أو الأسود).

- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الاختيار من متعدد بتظليل الشكل (□) وفق النموذج الآتي:

- س - عاصمة سلطنة عمان هي:
الدوحة القاهرة
أبوظبي مسقط

ملاحظة: يتم تظليل الشكل (■) باستخدام القلم الرصاص وعند الخطأ، امسح بعناية لإجراء التغيير.

صحيح غير صحيح

تعليمات مهمة:

- يجب الحضور إلى قاعة الامتحان قبل عشر دقائق على الأقل من بدء زمن الامتحان.

- يجب إحضار أصل ما يثبت الهوية وإبرازها للعاملين بالامتحانات.

- يجب الالتزام بالزي (الدشداشة البيضاء والمصر أو الكمة للذكور والزي المدرسي للطالبات ، ويستثنى من ذلك الدارسون من غير العمانيين بشرط الالتزام بالذوق العام، ويعنى على جميع المتقدمات ارتداء النقاب داخل المركز وقاعات الامتحان.

- يحظر على الممتحنين اصطحاب الهواتف النقالة وأجهزة النداء الآلي وألات التصوير والحواسيب الشخصية وال ساعات الرقمية الذكية والآلات الحاسبة ذات الصفة التخزينية والمجلات والصحف والمكتبات الدراسية والدفاتر والمذكرات والحقائب اليدوية والآلات الحادة أو الأسلحة أيّاً كان نوعها وأي شيء له علاقة بالامتحان.

- يجب على الممتحن الامتثال لإجراءات التفتيش داخل المركز طوال أيام الامتحان.



مسودة، لا يتم تصحيحها

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Question 1: Multiple Choice Items

(12 marks)

There are 12 multiple-choice items worth one mark each.

Shade in the bubble () next to the **correct** answer for each of the following items.

- 1) The coordinates of the stationary point of the curve:

$y = x^2 - 2x - 8$ is:

(1, -9)

(1, -8)

(-1, -5)

(-1, -8)

- 2) If $y = x(x + 1)$, then $\frac{dy}{dx} =$

x

$2x$

$x + 1$

$2x + 1$

- 3) If $f(x) = 2(x - 2)^3$, then the gradient of the tangent at $(0, 2)$ equals:

8

12

20

24

- 4) If $g(1) = -1$, $g'(1) = 2$ and $f(x) = (g(x))^{-3}$, then $f'(1) =$

-6

-3

3

6

- 5) $\int x^9 dx =$

$x^{10} + c$

$\frac{x^{10}}{10} + c$

$9x^8 + c$

$\frac{x^9}{9} + c$

- 6) If $f'(x) = 5x^4$ and $f(1) = 3$, then $f(x) =$

x^5

$x^5 + 2$

$5x^5$

$5x^5 + 2$

Do not write in this space

Question 1 continued

7) $\int_{-1}^1 (x^2 - x) dx =$

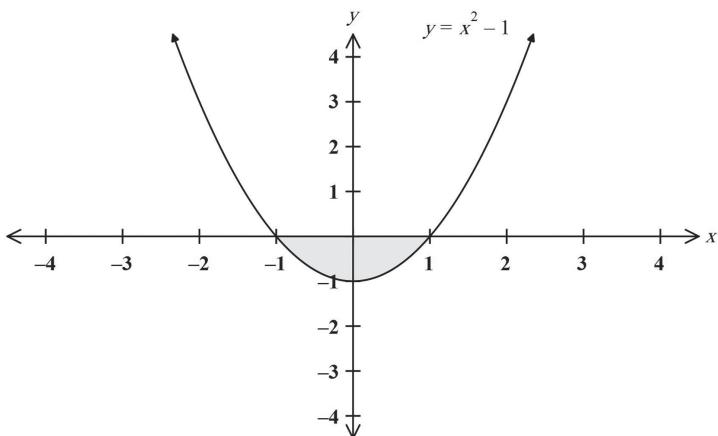
$1\frac{2}{3}$

$1\frac{1}{3}$

$\frac{2}{3}$

$\frac{1}{3}$

- 8) If the shaded area shown in the figure is rotated through 360° about the x -axis, then the volume (V) (in cubic units) of the generated solid equals:



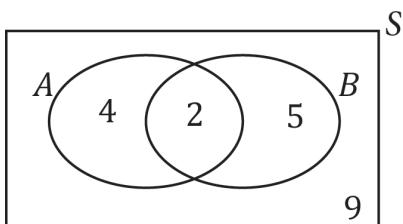
$2 \int_{-1}^0 \pi y^2 dx$

$\int_{-1}^0 \pi y^2 dx$

$2 \int_{-1}^1 \pi y^2 dx$

$\int_0^1 \pi y^2 dx$

- 9) From the following Venn diagram, $P(A \cap B) =$



$\frac{1}{10}$

$\frac{1}{5}$

$\frac{1}{4}$

$\frac{9}{20}$

Do not write in this space

Do not write in this space

Question 1 continued

- 10) A fair die has each face numbered 1 to 6. The die is thrown once and the number face up is recorded. The probability of the die landing with the number 3 face up is:
- $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{3}$
 $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{3}$
- 11) If $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.3$ and $P(B \cap A) = 0.2$, then $P(B|A) =$
- 0.3 0.5
 0.67 0.75
- 12) If A and B are two events and $P(A) = 0.38$, $P(B) = 0.44$ and $P(A \cup B) = 0.75$, then $P(A \cap B) =$
- 0.81 0.69
 0.31 0.07

Do not write in this space

Question 2: Extended Questions**(48 marks)**

Write your answer for each of the following questions in the space provided.
Be sure to show all your work, including the correct units where applicable.

- 13) Given that $y = x^2 + 4x + 5$. Find the range of values of x for which y is a decreasing function. (3 marks)

- 14) If $f(x) = (1 + 2x)^2$, find $f'(1)$ (4 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

15) Differentiate $y = x^2(x - 4)^7$ with respect to x . (4 marks)

16) Show that $\frac{dy}{dx} = \frac{2x}{y} + \frac{1}{2y}$ if $y = \sqrt{2x^2 + x}$ (4 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

- 17) Find $\int (3x^2 + 7) dx$ (3 marks)
- 18) Find the equation of a curve whose gradient, $\frac{dy}{dx}$, is given by $(2x + 3)$ which passes through the point $(1, -2)$. (3 marks)

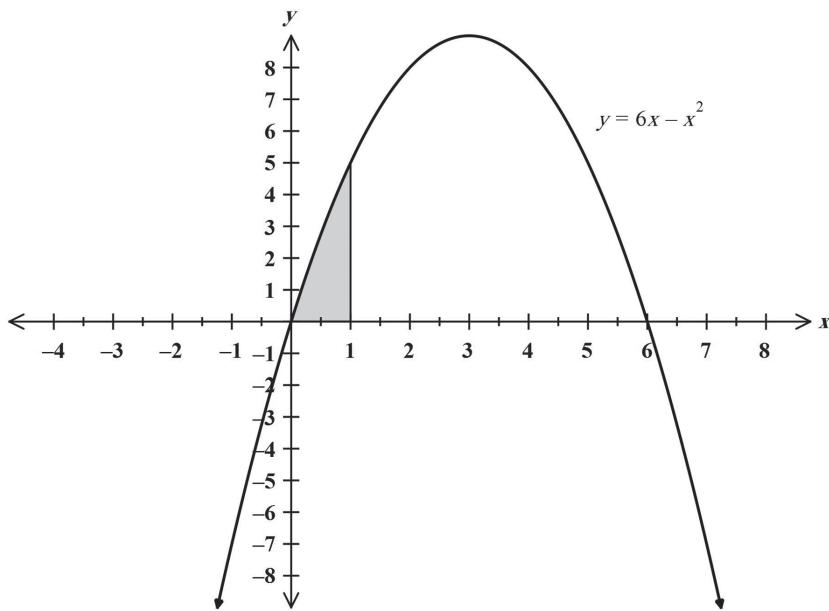
Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

- 19) Find the volume of the solid generated when the shaded area is rotated through 360° about the x -axis. (4 marks)



Do not write in this space

Part 2 continued

- 20) A cone is formed by rotating the line $y = \frac{1}{3}x$ about the x -axis. The radius of the base of the cone is 2 cm. Find the volume of the cone. (4 marks)
- 21) A and B are two events and $P(A) = 0.4$, $P(B) = 0.7$ and $P(A \cap B) = 0.3$.
Find: (4 marks)
- $P(A')$
 - $P(A \cup B)$
- 22) Two coins are flipped and the results are recorded. Find the probability of a head and a tail. (3 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

- 23) A bag contains 5 white and 3 black balls. A ball is chosen at random from the bag, the colour is recorded and the ball is not replaced. A second ball is chosen and the colour is recorded. (5 marks)
- a. Draw a tree diagram showing the possible outcomes.
- b. Find the probability that both balls are white.

Do not write in this space

Part 2 continued

- 24) The table below represents a sample of 500 persons categorized by their gender (Male or Female) and whether He / She has a car or not (Yes or No). (5marks)

Gender \ have a car	Yes	No	Total
M	150	200	350
F	40	110	150
Total	190	310	500

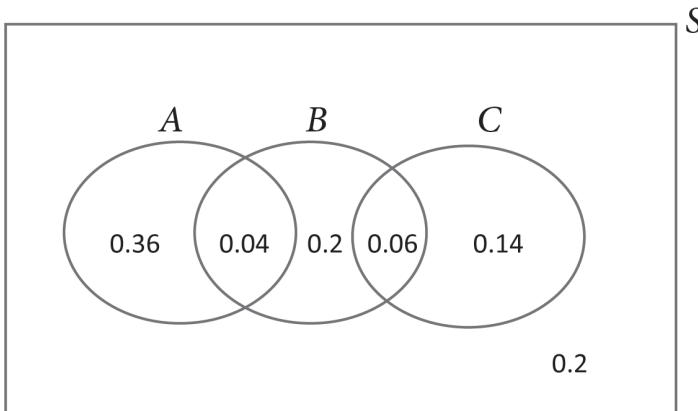
If a person is chosen randomly, find the probability that he is a male, given that he has a car.

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

- 25) From the Venn diagram show that B and C are independent events. (2 marks)



[End of Examination]

Do not write in this space

Formulae sheet for end of year exam

Differentiation:

$$1. \quad y = x^n \quad \frac{dy}{dx} = nx^{(n-1)} \quad n \in \mathbb{R}$$

$$2. \quad f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$$3. \quad y = kx^n \quad \frac{dy}{dx} = knx^{(n-1)} \quad n \in \mathbb{R}$$

$$4. \quad y = f(x) \pm g(x) \quad \frac{dy}{dx} = f'(x) \pm g'(x)$$

$$5. \quad y = kf(x) \quad \frac{dy}{dx} = kf'(x)$$

Integration:

$$1) \quad \int x^n dx = \frac{x^{(n+1)}}{n+1} + c, n \neq -1$$

$$2) \quad \int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$$

$$3) \quad \int kf(x) dx = k \int f(x) dx$$

$$4) \quad A = \int_a^b y dx$$

$$5) \quad V = \int_a^b \pi y^2 dx$$

Do not write in this space

Do not write in this space

Probability:

- 1) Addition Rule:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- 2) Conditional Probability:

$$P(A \text{ given } B) = P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

- 3) Multiplication Rule:

$$P(A \cap B) = P(A|B) \times P(B) \text{ or } P(B|A) \times P(A)$$

- 4) Independent Rule:

A and B are independent if:

$$P(A|B) = P(A) \text{ or } P(B|A) = P(B) \text{ or } P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

- 5) Mutually Exclusive Rule:

A and B are Mutually Exclusive if:

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$$

6) $\frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{1 - P(B \cup A)}{1 - P(A)}$

7) $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$

End of List of formulae

Do not write in this space

مسودة

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

مسودة

Do not write in this space

مسودة

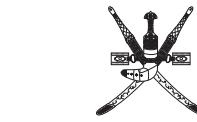
Do not write in this space

Do not write in this space



مركز القياس والتقويم التربوي

The Center for Educational Assessment
and Measurement (CEAM)



سُلْطَانَةُ عُمَانُ

وَزَارُونَةُ التَّرْبِيَةِ وَالْتَّعْلِيمِ

امتحان دبلوم التعليم العام للمدارس الخاصة (ثنائية اللغة)

للعام الدراسي ١٤٤٢ هـ - ٢٠٢١ / ٢٠٢٠ م

الدور الثاني

- زمن الإجابة: ثلاثة ساعات.
- الإجابة في الورقة نفسها.

- المادة: الرياضيات البحتة.
- الأسئلة في (١١) صفحة.

- يجب على الممتحن التأكد من استلام دفتر امتحانه، مخلفاً بخلاف بلاستيك شفاف وغير ممزق، وهو مسؤول عنه حتى يسلمه مراقب اللجنة بعد الانتهاء من الإجابة.

- يجب الالتزام بضوابط إدارة امتحانات دبلوم التعليم العام وما في مستواه وأية مخالفة لهذه الضوابط تعرضك للتدابير والإجراءات والعقوبات المنصوص عليها بالقرار الوزاري رقم ٥٨٨ / ٢٠١٥.

- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الامتحان المقالية بقلم الحبر (الأزرق أو الأسود).

- يقوم المتقدم بالإجابة عن أسئلة الاختيار من متعدد بتظليل الشكل (□) وفق النموذج الآتي:

س - عاصمة سلطنة عمان هي:
□ القاهرة □ الدوحة
□ مسقط □ أبوظبي

ملاحظة: يتم تظليل الشكل (■) باستخدام القلم الرصاص وعند الخطأ، امسح بعناية لإجراء التغيير.

صحيح غير صحيح

تعليمات مهمة:

- يجب الحضور إلى قاعة الامتحان قبل عشر دقائق على الأقل من بدء زمن الامتحان.

- يجب إحضار أصل ما يثبت الهوية وإبرازها للعاملين بالامتحانات.

- يجب الالتزام بالزي (الدشداشة البيضاء والمصر أو الكمة للذكور والزي المدرسي للطالبات ، ويستثنى من ذلك الدارسون من غير العمانيين بشرط الالتزام بالذوق العام، ويعنى على جميع المتقدمات ارتداء النقاب داخل المركز وقاعات الامتحان.

- يحظر على الممتحنين اصطحاب الهواتف النقالة وأجهزة النداء الآلي وألات التصوير والحواسيب الشخصية وال ساعات الرقمية الذكية والآلات الحاسبة ذات الصفة التخزينية والمجلات والصحف والمكتبات الدراسية والدفاتر والمذكرات والحقائب اليدوية والآلات الحادة أو الأسلحة أيّاً كان نوعها وأي شيء له علاقة بالامتحان.

- يجب على الممتحن الامتثال لإجراءات التفتيش داخل المركز طوال أيام الامتحان.



مُسَوَّدَةٌ، لَا يُتَمَّ تصْحِحُهَا

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Question 1: Multiple Choice Items

(14 marks)

There are 12 multiple-choice items worth one mark each.

Shade in the bubble () next to the **correct** answer for each of the following items.

- 1) If $f(x) = 3x^2 - x^3$, then the x -coordinates of the stationary points are:

 0, -3 2, 3 -2, 3 0, 2

- 2) If $f(x) = (x - 1)(x + 3)$, then $f'(x) =$

 $2x + 4$ $2x + 2$ $x + 4$ $x + 2$

- 3) If $y = (2x + 1)^3$, then $\frac{d^2y}{dx^2} =$

 $3(2x + 1)^2$ $6(2x + 1)^2$ $12(2x + 1)$ $24(2x + 1)$

- 4) If a curve has equation $y = (bx + 1)^3 + 6$ and a gradient 12 at $x = 0$, then the value of b is:

 1 2 3 4

- 5) $\int t^8 dt =$

 $t^9 + c$ $\frac{t^9}{9} + c$ $\frac{t^8}{9} + c$ $t^8 + c$

- 6) If $f'(x) = 6x^5$ and $f(0) = 15$, then $f(x) =$

 $x^6 + 15$ $x^5 + 15$ x^6 x^5

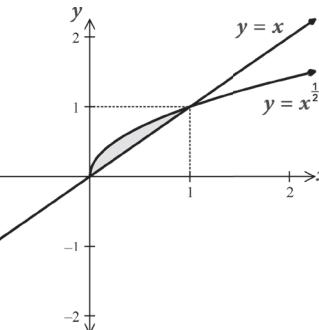
Do not write in this space

Question 1 continued

7) $\int_0^2 x^2 dx =$

 4 $-\frac{8}{3}$ $\frac{8}{3}$ -4

- 8) If the shaded area shown in the figure is rotated through 360° about the x -axis, then the volume (V) (in cubic units) of the generated solid equals:

 $\frac{1}{6}\pi$ $\frac{1}{3}\pi$ $\frac{1}{5}\pi$ $\frac{1}{2}\pi$ 

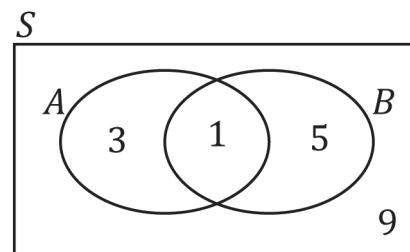
- 9) If A and B are two events and $P(A) = 0.42$, $P(B) = 0.48$ and $P(A \cap B) = 0.16$, then $P(A \cup B) =$

 0.22 0.64 0.58 0.74

- 10) If two coins are flipped and the results are recorded, then the probability of a head and a tail equals:

 $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{3}{4}$

- 11) From the following Venn diagram, $P(A') =$

 $\frac{5}{18}$ $\frac{6}{9}$ $\frac{6}{18}$ $\frac{7}{9}$ 

- 12) If $P(A) = \frac{7}{12}$, $P(B) = \frac{5}{12}$ and $P(A \cap B) = \frac{1}{12}$, then $P(A|B) =$

 $\frac{7}{12}$ $\frac{1}{5}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{1}{7}$

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Question 2: Extended Questions

(48 marks)

Write your answer for each of the following questions in the space provided.
Be sure to show all your work, including the correct units where applicable.

- 13) Given that $y = x^2 + 6x - 3$, find the range of values of x for which y is an increasing function. (3 marks)

- 14) If $f(x) = \frac{x}{x+1}$, find $f'(x)$ (4 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

- 15) Find the equation of the tangent to the curve $y = (3x - 1)^2$ at the point $(1, 8)$, giving your answer in the form $ax + by + c = 0$ (4 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

- 16) Given that $y = (5 - 2x)^3$, show that $\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 = 13824y$ (4 marks)

Do not write in this space

Part 2 continued

- 17) Find $\int (3x^2 - 12x) dx$ (3 marks)
- 18) The gradient of a curve is given by $\frac{dy}{dx} = 3x^2 + 4x - 2$, given that the curve passes through the point $(0, 6)$, find the equation of the curve. (3 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

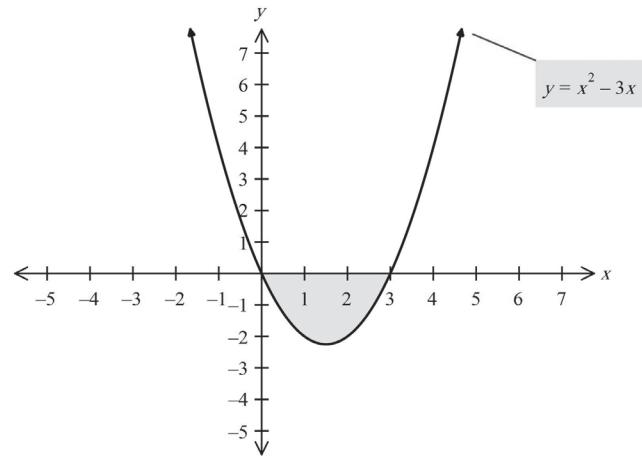
Do not write in this space

Part 2 continued

- 19) Find the volume of the solid generated by rotating the region bounded by

$$y = x^2 - 3x, x = 0, x = 3 \text{ and the } x\text{-axis about the } x\text{-axis.}$$

(4 marks)



- 20) Prove that: the volume of the solid formed when the region bounded by $y = x^2 - 1$, and the x -axis is rotated through 360° about the x -axis equals $\frac{16}{15}\pi$ (4 marks)

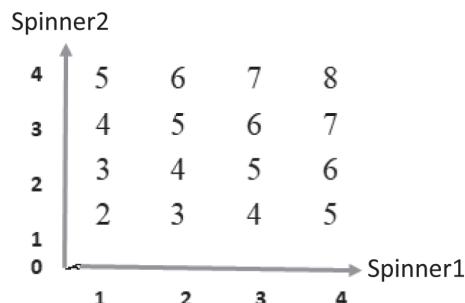
Do not write in this space

Part 2 continued

- 21) The diagram below shows the outcomes when two fair spinners each have four faces numbered 1 to 4. The two spinners are thrown together and the sum of the numbers indicated on each spinners is recorded. (4 marks)

Find the probability of the spinners indicating a sum of:

- a. Exactly 4



- b. More than 7

- 22) A fair die has each face numbered 1 to 6. The die is thrown once and the number landing face up is recorded.

Find the probability of throwing an even number. (3 marks)

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

- 23) A box contains 7 red and 3 yellow balls. A ball is chosen at random from the box, the colour is recorded and the ball is replaced. A second ball is chosen and the colour is recorded. (5 marks)
- a. Draw a tree diagram showing the possible outcomes.
- b. Find the probability that both balls are yellow.

Do not write in this space

Part 2 continued

- 24) The table below represents a sample of 100 students categorized by their gender (Male or Female) and whether He/She plays (Guitar or Piano). (5 marks)

Gender \ play	Guitar	Piano	Total
M	25	35	60
F	30	10	40
Total	55	45	100

If a student is chosen randomly, find the probability that she is female, given that she plays the piano.

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

Part 2 continued

- 25) If A and B are two independent events and $P(A|B) = \frac{1}{3}$ and $P(B) = \frac{1}{4}$.
Find $P(A \cup B)$. (2 marks)

[End of Examination]

Do not write in this space

Formulae sheet for end of year

Differentiation:

1. $y = x^n \quad \frac{dy}{dx} = nx^{(n-1)} \quad n \in \mathbb{R}$
2. $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$
3. $y = kx^n \quad \frac{dy}{dx} = knx^{(n-1)} \quad n \in \mathbb{R}$
4. $y = f(x) \pm g(x) \quad \frac{dy}{dx} = f'(x) \pm g'(x)$
5. $y = kf(x) \quad \frac{dy}{dx} = kf'(x)$

Integration:

- 1) $\int x^n dx = \frac{x^{(n+1)}}{n+1} + C, n \neq -1$
- 2) $\int [f(x) \pm g(x)] dx = \int f(x) dx \pm \int g(x) dx$
- 3) $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx$
- 4) For area between curve and $x-axis$ use $\int_b^a y dx$
- 5) Trapezium rule

$$\int_b^a f(x) dx \approx \frac{h}{2} [y_0 + y_n + 2(y_1 + y_2 + \dots + y_{n-1})]$$

Do not write in this space

Do not write in this space

Probability:

- 1) Addition Rule:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

- 2) Conditional Probability:

$$P(A \text{ given } B) = P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

- 3) Multiplication Rule:

$$P(A \cap B) = P(A|B) \times P(B) \text{ or } P(B|A) \times P(A)$$

- 4) Independent Rule:

A and B are independent if:

$$P(A|B) = P(A) \text{ or } P(B|A) = P(B) \text{ or } P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

- 5) Mutually Exclusive Rule:

A and B are Mutually Exclusive if:

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$$

6) $\frac{P(B' \cap A')}{P(A')} = \frac{1 - P(B \cup A)}{1 - P(A)}$

7) $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$

End of List of formulae

Do not write in this space

مسودة

Do not write in this space

Do not write in this space

Do not write in this space

مسودة

Do not write in this space

مسودة

Do not write in this space

Do not write in this space