الوحدة الأولى : أنظمة العدّ

الفصل الثالث : العمليات الحسابية في النظام الثنائي

سنتعرف في هذا الفصل كيفية تنفيذ العمليات الحسابية في النظام الثنائي ، كعمليات الجمع والطرح والضرب

أولا: العمليات الحسابية في النظام الثنائي

تنفذ العمليات الحسابية في النظام الثنائي بشكل مشابه لتنفيذها في النظام العشري ، **إلا أن تنفيذها في هذا النظام يكون أسهل، وذلك لأن النظام الثنائي يتكون من رقمين فقط هما (0 ، 1) وأساسه (2).**

1 - عملية الجمع :

تُنفّذ عملية الجمع في النظام الثنائي، باتباع القواعد الآتية:

0+0=1

0+1=1

1+0=1

1+1=10 أي (تقرأ اثنين)، حيث يوضع الرقم (0)، ويحمل الرقم (1)، إلى الخانة التالية

أن 1 + 1 = 0 ويحمل الرقم (1) إلى الخانة التالية.

ملاحظة :

عملية الجمع في هذا المنهاج، على عددين ثنائيين صحيحين موجبين فقط.

مثال (1) : جد ناتج الجمع بين العددين $(111)_2$ و $(011)_2$

الحل :

طبّق قواعد الجمع ، كالآتي :

ملاحظة:

التحقق من الحلّ في النظام العشري		النظام الثنائي
	الرقم المحمول	1 1 1
3	العدد الأول	0 1 1
7 +	العدد الثاني	1 1 1 +
10	النتيجة	0 1 0 1

تُنفّذ عملية الجمع والطرح والضرب على النظام الثنائي، ابتداء من جهة اليمين إلى اليسار.

تعلّم :

1 - قبل البدء بتنفيذ عمليتي الجمع والطرح للأعداد في النظام الثنائي، تأكد من أن عدد المنازل للعددين متساوية، وإذا لم تكن كذلك أضف أصفارا إلى يسار العدد ذي المنازل الأقل حتى يتساوى عدد منازل العددين.

2 - يمكنك التأكد من الحل في أي عملية حسابية على النظام الثنائي، وذلك بتحويل الأعداد إلى النظام العشري وإجراء العملية الحسابية، ثم مقارنة النتائج .

3 - إذا كانت (1+1+1)، فإن الناتج يكون (1)؛ والرقم المحمول يكون (1).

4 - إذا كانت (1+1+1+1)، فإن الناتج يكون (0)؛ والرقم المحمول يكون (10).

مثال (2) : في المعادلة الآتية Z جد قيمة :

$$Z = (110101)_2 + (1011)_2$$

الحل :

أ- لاحظ أن عدد المنازل في العدد الأول هو (6) ، وعدد المنازل في العدد الثاني هو (4) لذا ، نضيف إلى العدد الثاني (00) على يساره ، فيصبح العدد $(001011)_2$.

ب- ابدأ بتطبيق عملية الجمع باستخدام قواعد الجمع ، كلآتي .

التحقق من الحلّ في النظام العشري		النظام الثنائي
	الرقم المحمول	1 1 1 1 1 1
53	العدد الأول	1 1 0 1 0 1
11 +	العدد الثاني	0 0 1 0 1 1 +
64	النتيجة	1 0 0 0 0 0 0

مثال (3) : جد ناتج الجمع بين العددين $(1111111)_2$ و $(1110010)_2$

التحقق من الحلّ في النظام العشري		النظام الثنائي
	الرقم المحمول	1 1 1 1 1 1
114	العدد الأول	1 1 1 1 1 1 1
+ 127	العدد الثاني	+ 1 1 1 0 0 1 0
241	النتيجة	1 1 0 0 0 1 1 1

الحل :

مثال (4) : جد ناتج الجمع بين العددين $(1110)_2$ و $(1111)_2$

لنظام الثنـ		التحقق من الحلّ في النظام العشري
	الرقم المحمول	
0	العدد الأول	14
1 +	العدد الثاني	15 +
1	النتيجة	29

في النظام الثنائي $(28)_{10}$ و $(13)_{10}$ جد ناتج الجمع بين العددين : **مثال (5)**

الناتج بالنظام العشري : $(13)_{10} + (28)_{10} = (41)_{10}$

الناتج بالنظام الثنائي : $(41)_{10} = (101001)_{2}$

1 - عملية الطرح :

تنفذ عملية الطرح في النظام الثنائي، باتباع القواعد الآتية : (إذا كان المطروح أقل من المطروح منه) عملية الطرح

1 -1 = 0

1-0= 1 (نستلف 1 من الخانة التالية)

0-0= 0

لاحظ :

1 - تُنفّذ عملية الطرح في هذا المنهاج، على عددين ثنائيين صحيحين موجبين فقط.

2 - يكون العدد **المطروح أقل من العدد المطروح منه**.

3 - الطريقة المعتمدة في الحل، هي الطريقة الموضحة في المنهاج فقط، وأي طريقة أخرى، غير مطلوبة

تعلّم :

أ - إذا كانت الخانة الأولى هي **(0)** والثانية هي **(1)** ؛ فإننا نستلف من الخانة التالية **القيمة (1)**، أما إذا كانت الخانة التالية هي **(0)** ؛ فإننا نستلف من الخانة التي تليها وهكذا... (بشكل مشابه لعملية الاستلاف في النظام العشري).

ب- عند الاستلاف من الخانة التالية **تصبح الخانة الأولى قيمتها $(10)_2$** ، ويمكن إجراء عملية الطرح عليها كما في النظام العشري بحيث **(1 - 1 = 2)**، وذلك لأن $(10)_2$ تكافئ العدد **(2)** في النظام العشري.

مثال (1) : جد ناتج طرح العدد $(010)_2$ من العدد $(111)_2$

الحل :

طبّق قواعد الطرح ، كالآتي :

النظام الثنائي		التحقق من الحلّ في النظام العشري
	المستلف	
1 1 1	العدد الأول	7
0 1 0 -	العدد الثاني	2 -
1 0 1	النتيجة	

مثال (2) : جد قيمة X في المعادلة $X = (1010)_2 - (0011)_2$

طبّق قواعد الطرح ، كالآتي :

النظام الثنائي		التحقق من الحلّ في النظام العشري
1 10		
0 ~~1~~ ~~0~~ 10	المستلف	
~~X~~ ~~0~~ ~~X~~ ~~0~~	العدد الأول	10
0 0 1 1 -	العدد الثاني	3 -
0 1 1 1	النتيجة	7

$X = (0111)_2$

مثال (3) : جد ناتج ما يأتي :

$$\begin{array}{r} 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ -\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1 \\ \hline \end{array}$$

الحلّ:

(5) أ- لاحظ أن عدد منازل العدد الأول هو (6) ، وعدد منازل العدد الثاني هو ($011001)_2$ **على يساره ، فيصبح العدد (0)** ، **لذا ، نضيف إلى العدد الثاني**

ب- طبّق قواعد الطرح ، كالآتي :

النظام الثنائي		التحقق من الحلّ في النظام العشري
10		
0 ~~Ø~~ 10 0 10	المستلف	4 10
~~X~~ ~~X~~ ~~Ø~~ 0 ~~X~~ ~~Ø~~	العدد الأول	~~5~~ ~~Ø~~
0 1 1 0 0 1 −	العدد الثاني	2 5 −
0 1 1 0 0 1	النتيجة	2 5

مثال (4) : جد ناتج طرح العدد $(111)_2$ من العدد $(1011)_2$

- يمكن إجراء عملية الطرح بتحويل الأعداد للنظام العشري ، وثم تحويل الناتج للنظام الثنائي كما يأتي :

المكافئ بالنظام العشري	العدد بالنظام الثنائي
$(11)_{10}$	$(1011)_2$
$(7)_{10}$ -	$(111)_2$ -
$(4)_{10}$	$(100)_2$

مثال (5) : جد ناتج طرح العدد $_{10}(30)$ من العدد $_{10}(64)$

أ- نفذّ عملية الطرح بالنظام العشري

$_{10}(64) - {}_{10}(30) = {}_{10}(34)$

ب - حوّل الناتج من النظام العشري إلى النظام الثنائي

$_{10}(34) = {}_{2}(100011)$

3 - عملية الضرب :

تُنفّذ عملية الضرب في النظام الثنائي، باتباع القواعد الآتية:

0	X	0	=	0
1	X	0	=	0
1	X	1	=	1
0	X	1	=	0

لاحظ :

تُنفّذ **عملية الضرب** في هذا المنهاج ، على أساس أنّ العددين المضروبين يتكوّنان بحد أقصى من **ثلاثة أرقام** (خانات منازل).

مثال (1) : جد ناتج الضرب للعددين $(10)_2$ ، $(101)_2$

طبّق قواعد الضرب ، كالآتي :

العدد الأول		1	0	1
العدد الثاني	X	0	1	
	+	0	0	0
			1	0
النتيجة		0	1	0

لِلتَأَكُّدِ مِنْ صِحَّةِ الحَلِّ : حَوْلَ كُلّاً مِنْ العَدَدِ الأَوَّلِ وَالثانِي وَالنَتِيجَةُ إِلَى النِظامِ العَشْرِيِّ

النظام الثنائي			النظام العشري
$(101)_2$	العدد الأول		$(5)_{10}$
$(10)_2$ ×	العدد الثاني	×	$(2)_{10}$
$(1010)_2$	النتيجة		$(10)_{10}$

مثال (2) : جد ناتج الضرب للعددين $(101)_2$ ، $(111)_2$

```
  1 1 1
  1 0 1 ×
---------
```

الحلّ:

بتطبيق قواعد الضرب، يكون:

```
                    1  1  1        العدد الأول
                    1  0  1  ×     العدد الثاني
-------------------------------
1  1  1
      1  1  1
   0  0  0     +
   1  1  1
-------------------------------
1  0  0  0  1  1                    النتيجة
```

للتأكّد من صحة الحلّ: حوّل كلًّا من العددين الأول والثاني والنتيجة إلى النظام العشري، كالآتي:

النظام الثنائي		النظام العشري
$(111)_2$	العدد الأول	$(7)_{10}$
$(101)_2$ ×	العدد الثاني	$(5)_{10}$ ×
$(100011)_2$	النتيجة	$(35)_{10}$

مثال (3) : جد ناتج الضرب للعددين $(6)_{10}$ ، $(7)_{10}$

$(7)_{10}$ X $(6)_{10}$ = $(42)_{10}$ **حوّل الناتج للنظام الثنائي** $(101010)_2$ =

مثال (4) : جد ناتج الضرب للعددين $(101)_2$ ، $(100)_2$

حوّل العدد $(100)_2$ إلى النظام العشري = $(4)_{10}$

حوّل العدد $(101)_2$ إلى النظام العشري = $(5)_{10}$

$(4)_{10}$ X $(5)_{10}$ = $(20)_2$ **حوّل الناتج للنظام الثنائي** $(10100)_2$ =