

اختبار نهاية الوحدة الخامسة

1	$X \sim B(4, 0.4)$ $P(X = 3) = \binom{4}{3} (0.4)^3 (0.6)^1 = 0.1536 \dots \dots \dots (a)$
2	$E(X) = np$ $\Rightarrow 60 = 320p$ $\Rightarrow p = \frac{60}{320} = \frac{3}{16} \dots \dots \dots (a)$
3	$X \sim B(8, 0.1)$ $P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1)$ $= \binom{8}{0} (0.1)^0 (0.9)^8 + \binom{8}{1} (0.1)^1 (0.9)^7 = 0.8131 \dots \dots \dots (b)$
4	$X \sim B(n, p)$ $E(X) = 8 \Rightarrow np = 8$ $Var(X) = np(1 - p) \Rightarrow np(1 - p) = \frac{20}{3}$ $8(1 - p) = \frac{20}{3} \Rightarrow 1 - p = \frac{5}{6}$ $\Rightarrow p = \frac{1}{6}$ $np = 8 \Rightarrow n \left(\frac{1}{6}\right) = 8 \Rightarrow n = 48 \dots \dots \dots (d)$
5	99.7% $\dots \dots \dots (c)$
6	$P(X < 80) = P\left(Z < \frac{80 - 83}{4}\right)$ $= P(Z < -0.75)$ $= 1 - P(Z < 0.75)$ $= 1 - 0.7734$ $= 0.2266$ $n = 2000 \times 0.2266 = 453.2 \approx 453$ عدد الطلبة الذين تقل علاماتهم عن 80 هو 453 تقريباً. $\dots \dots \dots (a)$

7	$X \sim Geo(0.3)$ $P(X = 4) = (0.3)(0.7)^3$ $= 0.1029$
8	$P(3 < X \leq 5) = P(X = 4) + P(X = 5)$ $= (0.3)(0.7)^3 + (0.3)(0.7)^4$ $= 0.17493$
9	$P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4)$ $= 1 - (P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4))$ $= 1 - ((0.3)(0.7)^0 + (0.3)(0.7)^1 + (0.3)(0.7)^2 + (0.3)(0.7)^3)$ $= 0.2401$
10	$E(X) = \frac{1}{0.3} = \frac{10}{3}$
11	$X \sim B(6, 0.3)$ $P(X = 2) = \binom{6}{2} (0.3)^2 (0.7)^4 = 0.324135$
12	$P(X > 4) = P(X = 5) + P(X = 6)$ $= \binom{6}{5} (0.3)^5 (0.7)^1 + \binom{6}{6} (0.3)^6 (0.7)^0$ $= 0.01056321$
13	$P(2 \leq X < 3) = P(X = 2)$ $= \binom{6}{2} (0.3)^2 (0.7)^4$ $= 0.324135$
14	$E(X) = 6(0.3) = 1.8$
15	$P(Z < 1.93) = 0.9732$
16	$P(Z < 0.72) = 0.7642$
17	$P(Z > -1.04) = P(Z < 1.04) = 0.8508$

18	$P(-1.7 < Z < 3.3) = P(Z < 3.3) - P(Z < -1.7)$ $= P(Z < 3.3) - (1 - P(Z < 1.7))$ $= 0.9995 - (1 - 0.9554)$ $= 0.9995 - 0.0446$ $= 0.9549$
19	$X \sim N(55, 4^2)$ $P(X \leq 50) = P\left(Z \leq \frac{50 - 55}{4}\right)$ $= P(Z \leq -1.25)$ $= 1 - P(Z < 1.25)$ $= 1 - 0.8944$ $= 0.1056$
20	$P(50 < X < 58) = P\left(\frac{50 - 55}{4} < Z < \frac{58 - 55}{4}\right)$ $= P(-1.25 < Z < 0.75)$ $= P(Z < 0.75) - P(Z < -1.25)$ $= P(Z < 0.75) - (1 - P(Z < 1.25))$ $= 0.7734 - (1 - 0.8944)$ $= 0.7734 - 0.1056$ $= 0.6678$
21	$P(56 < X < 59) = P\left(\frac{56 - 55}{4} < Z < \frac{59 - 55}{4}\right)$ $= P(0.25 < Z < 1)$ $= P(Z < 1) - P(Z < 0.25)$ $= 0.8413 - 0.5987$ $= 0.2426$

22	$P(X > 55) = P\left(Z > \frac{55 - 55}{4}\right)$ $= P(Z > 0)$ $= 1 - P(Z \leq 0)$ $= 1 - 0.5$ $= 0.5$
23	$P(0 < Z < 1.5) = P(Z < 1.5) - P(Z < 0)$ $= 0.9332 - 0.5$ $= 0.4332$
24	$P(0.1 < Z < 0.31) = P(Z < 0.31) - P(Z < 0.1)$ $= 0.6217 - 0.5398$ $= 0.0819$
25	$X \sim B(100, 0.17)$ $E(X) = 100(0.17) = 17$ العدد المتوقع من المصاييح التالفة هو 17 مصباحًا.
26	$X \sim Geo(0.1)$ $P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5)$ $= 1 - (P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4) + P(X = 5))$ $= 1 - ((0.1)(0.9)^0 + (0.1)(0.9)^1 + (0.1)(0.9)^2 + (0.1)(0.9)^3 + (0.1)(0.9)^4)$ $= 0.59049$
27	$P(X > 3) = 1 - P(X \leq 3)$ $= 1 - (P(X = 1) + P(X = 2) + P(X = 3))$ $= 1 - ((0.1)(0.9)^0 + (0.1)(0.9)^1 + (0.1)(0.9)^2)$ $= 0.729$
28	$P(Z < \alpha) = 0.638 \Rightarrow z = 0.35$

29	$P(Z > \alpha) = 0.6$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يمين القيمة المعيارية α أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أكبر من 0.5 ، فهذا يعني أن قيمة α سالبة، وأنه يمكن استبدال القيمة $-z$ بها $P(Z > \alpha) = P(Z > -z)$ $\Rightarrow 0.6 = P(Z > -z)$ $\Rightarrow 0.6 = P(Z < z)$ $\Rightarrow P(Z < z) = 0.6$ $\Rightarrow z = 0.25$ $\Rightarrow \alpha = -0.25$
30	$X \sim N(250, 4^2)$ $P(X > 260) = P\left(Z > \frac{260 - 250}{4}\right)$ $= P(Z > 2.5)$ $= 1 - P(Z < 2.5)$ $= 1 - 0.9938$ $= 0.0062$
31	$P(240 < X < 250) = P\left(\frac{240 - 250}{4} < Z < \frac{250 - 250}{4}\right)$ $= P(-2.5 < Z < 0)$ $= P(Z < 0) - P(Z < -2.5)$ $= P(Z < 0) - (1 - P(Z < 2.5))$ $= 0.5 - (1 - 0.9938)$ $= 0.5 - 0.0062$ $= 0.4938$
32	$X \sim B(20, 0.3)$ $P(X = 4) = \binom{20}{4} (0.3)^4 (0.7)^{16} = 0.1304$

33	$P(X \geq 2) = 1 - (P(X = 0) + P(X = 1))$ $= 1 - \left(\binom{20}{0} (0.3)^0 (0.7)^{20} + \binom{20}{1} (0.3)^1 (0.7)^{19} \right)$ $= 0.9924$
34	$X \sim N(506, 3^2)$ $0.5 L = 500 \text{ mL}$ $P(X < 500) = P\left(Z < \frac{500 - 506}{3}\right)$ $= P(Z < -2)$ $= 1 - P(Z < 2)$ $= 1 - 0.9772$ $= 0.0228$ $n = 100 \times 0.0228 = 2.28 \approx 2$ عدد القوارير التي تحوي كل منها زيتاً أقل من نصف لتر هو 2 تقريباً.