إجابات كتاب الطالب للصف الثاني عشر الأدبي / الفصل الدراسي الثاني

الوحدة الخامسة: الإحصاء والاحتمالات

الدرس الأول: التوزيع الهندسي

مسألة اليوم صفحة 70

$$P(X=7) = (0.05)(1-0.05)^{7-1}$$
$$= (0.05)(0.95)^6$$
$$\approx 0.04$$

أتحقق من فهمي صفحة 72

a

نبحث في تحقق الشروط الأربعة:

- الشرط الأول: اشتمال التجربة على محاولات متكررة لكن عدد المرات محدد (تم رمي النرد 4 مرات) ومستقلة (رمي حجر النرد في كل مرة لا يؤثر في نتيجة رميه في المرات الأخرى)، إذن الشرط الأول غير محقق
- الشرط الثاني: فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى نجاح أو فشل، هذا الشرط غير محقق
- الشرط الثالث: ثبات احتمال النجاح في كل مرة، وهو $\frac{1}{6}$ ، هذا شرط محقق
- الشرط الرابع: التوقف عند أول نجاح غير محقق، لأن ريّان توقف بعد الرمية الرابعة بغض النظر عن النتائج التي حصل عليها في كل مرة، ولم يتوقف بعد أول نجاح.

إذن، هذه التجربة العشوائية لا تمثل تجربة احتمالية هندسية.

b

نبحث في تحقق الشروط الأربعة:

- الشرط الأول: اشتمال التجربة على محاولات متكررة (تم إلقاء قطعة النقد 4 مرات) ومستقلة (إلقاء قطعة النقد في كل مرة لا يؤثر في نتيجة رميها في المرات الأخرى)، إذن الشرط الأول محقق
- الشرط الثاني: فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى نجاح (ظهور صورة) أو فشل (عدم ظهور صورة)، هذا الشرط محقق
- الشرط الثالث: ثبات احتمال النجاح في كل مرة، وهو $\frac{1}{2}$ ، هذا شرط محقق
- الشرط الرابع: التوقف عند أول نجاح محقق، لأن حنان توقفت بعد ظهور الصورة أول مرّة.

إذن، هذه التجربة العشوائية تمثل تجربة احتمالية هندسية.

أتحقق من فهمي صفحة 74

a

$$P(X=2) = (0.4)(1-0.4)^{2-1}$$
$$= (0.4)(0.6)$$
$$= 0.24$$

b

$$P(X \le 3) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$$
$$= (0.4)(1-0.4)^{1-1} + (0.4)(1-0.4)^{2-1} + (0.4)(1-0.4)^{3-1}$$
$$= (0.4) + (0.4)(0.6)^1 + (0.4)(0.6)^2$$
$$= 0.784$$

c

$$P(X > 4) = 1 - P(X \le 4)$$
$$= 1 - \big(P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4)\big)$$
$$= 1 - \big((0.4) + (0.4)(0.6)^1 + (0.4)(0.6)^2 + (0.4)(0.6)^3\big)$$
$$= 0.1296$$

أتحقق من فهمي صفحة 75

a

$$P(X=10) = (0.1)(1-0.1)^{10-1}$$
$$= (0.1)(0.9)^9$$
$$\approx 0.04$$

b

$$P(X > 3) = 1 - P(X \le 3)$$
$$= 1 - \big(P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)\big)$$
$$= 1 - \big((0.1) + (0.1)(0.9)^1 + (0.1)(0.9)^2 + (0.1)(0.9)^3\big)$$
$$= 0.6561$$

أتحقق من فهمي صفحة 76

$$E(X) = \frac{1}{\frac{1}{6}} = 6$$

إذن، يُتوقّع أن يرمي ريّان حجر النرد 6 مرات حتى يظهر العدد 4 أول مرّة.

أتدرب وأحل المسائل صفحة 77

1	نبحث في تحقق الشروط الأربعة: - الشرط الأول: اشتمال التجربة على محاولات متكررة (تجيب أسماء عن عدة أسئلة) ومستقلة (الإجابة عن سؤال بشكل صحيح أو غير صحيح لا يؤثر في صحة الإجابة عن الأسئلة الأخرى)، إذن الشرط الأول محقق - الشرط الثاني: فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى نجاح (الإجابة بشكل صحيح)أو فشل (الإجابة بشكل غير صحيح)، هذا الشرط محقق - الشرط الثالث: ثبات احتمال النجاح في كل مرة، وهو 0.2 ، هذا شرط محقق الشرط الرابع: التوقف عند أول نجاح، وهو غير محقق، لأن أسماء ستتوقف بعد الإجابة عن الأسئلة جميعها. إذن، هذه التجربة العشوائية لا تمثل تجربة احتمالية هندسية.
2	نبحث في تحقق الشروط الأربعة: - الشرط الأول: اشتمال التجربة على محاولات متكررة (تم رمي كرة السلة عدة مرات) ومستقلة (إصابة الهدف أو عدمه في كل مرة لا يؤثر في نتيجة إصابته في المرات الأخرى)، إذن الشرط الأول محقق - الشرط الثاني: فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى نجاح (إحراز الهدف)أو فشل (عدم إحراز الهدف)، هذا الشرط محقق - الشرط الثالث: ثبات احتمال النجاح في كل مرة، وهو 0.3 ، هذا شرط محقق - الشرط الرابع: التوقف عند أول نجاح، وهو محقق، لأن اللاعب سيتوقف بعد إصابته الهدف لأول مرّة. إذن، هذه التجربة العشوائية تمثل تجربة احتمالية هندسية.
3	$P(X=2) = (0.2)(1-0.2)^{2-1}$ $= (0.2)(0.8)^1$ ≈ 0.16

4	$P(X \le 3) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$ $= (0.2)(0.8)^0 + (0.2)(0.8)^1 + (0.2)(0.8)^2$ ≈ 0.488
5	$P(X \ge 3) = 1 - P(X < 3)$ $= 1 - \big(P(X=1) + P(X=2)\big)$ $= 1 - \big((0.2)(0.8)^0 + (0.2)(0.8)^1\big)$ $= 0.64$
6	$P(3 \le X \le 5) = P(X=3) + P(X=4) + P(X=5)$ $= (0.2)(0.8)^2 + (0.2)(0.8)^3 + (0.2)(0.8)^4$ ≈ 0.312
7	$P(X < 4) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)$ $= (0.2)(0.8)^0 + (0.2)(0.8)^1 + (0.2)(0.8)^2$ ≈ 0.488
8	$P(X > 4) = 1 - P(X \le 3)$ $= 1 - \big(P(X=1) + P(X=2) + P(X=3)\big)$ $= 1 - \big((0.2)(0.8)^0 + (0.2)(0.8)^1 + (0.2)(0.8)^2\big)$ $= 0.512$
9	$P(1 < X < 3) = P(X=2)$ $= (0.2)(0.8)^1$ $= 0.16$
10	$P(4 < X \le 6) = P(X=5) + P(X=6)$ $= (0.2)(0.8)^4 + (0.2)(0.8)^5$ ≈ 0.147
11	$P(X < 1) = P(X=0) = 0$

12	$P(X=6)=\left(\frac{1}{8}\right)\left(1-\frac{1}{8}\right)^{6-1}$ $=\left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{7}{8}\right)^{5}$ $=\frac{16807}{262144}$
13	$E(X)=\frac{1}{0.3}=\frac{10}{3}\approx 3$
14	$E(X)=\frac{1}{\frac{3}{7}}=\frac{7}{3}\approx 2$
15	$E(X)=\frac{1}{0.45}=\frac{100}{45}\approx 2$
16	$P(X=5)=(0.1)(1-0.1)^{5-1}$ $=(0.1)(0.9)^4$ ≈ 0.066 احتمال أن يجد مراقب الجودة أول وحدة إنارة معيبة بعد فحص 5 وحدات إنارة هو 0.066 تقريبًا
17	$P(X>4)=1-P(X\leq 3)$ $=1-\left(P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)\right)$ $=1-\left((0.1)(0.9)^0+(0.1)(0.9)^1+(0.1)(0.9)^2\right)$ $=0.729$ احتمال أن يجد مراقب الجودة أكثر من 4 وحدات إنارة حتى إيجاد أول وحدة إنارة معيبة هو 0.729
18	$E(X)=\frac{1}{0.10}=10$ إذن، يُتوقّع أن يفحص مراقب الجودة 10 وحدات إنارة حتى يجد أول وحدة إنارة معيبة.

19	$P(X=3)=\left(\frac{1}{6}\right)\left(1-\frac{1}{6}\right)^{3-1}$ $=\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^{2}$ $=\frac{25}{216}$
20	$P(X>3)=1-P(X\leq 3)$ $=1-\left(P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)\right)$ $=1-\left(\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^{0}+\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^{1}+\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^{2}\right)$ $=\frac{125}{216}$
21	$P(X=2)=\left(\frac{2}{5}\right)\left(1-\frac{2}{5}\right)^{2-1}$ $=\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{3}{5}\right)^{1}$ $=\frac{6}{25}$
22	$P(X>3)=1-P(X\leq 3)$ $=1-\frac{819}{1331}$ $=\frac{512}{1331}$
23	$P(X=1)=p(1-p)^{1-1}$ $\Rightarrow 0.2=p(1-p)^{0}$ $\Rightarrow p=0.2$ $E(X)=\frac{1}{0.2}=5$

الدرس الثاني: توزيع ذي الحدين

مسألة اليوم صفحة 79

$$P(X=2)=\binom{5}{2}(0.2)^2(0.8)^3$$
$$=0.2048$$

أتحقق من فهمي صفحة 80

a

نبحث في تحقق الشروط الأربعة:

- الشرط الأول: اشتمال التجربة على محاولات متكررة (تم إلقاء حجر النرد 20 مرة) وبما أن إلقاء أي حجر منها لا يؤثر في نتيجة إلقاء الحجر في المرات الأخرى)، فإن هذه المحاولات مستقلة.
- الشرط الثاني: فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى ناتجين فقط، هما: النجاح (ظهور العدد 1) أو الفشل (عدم ظهور العدد 1)
- الشرط الثالث: ثبات احتمال النجاح في كل محاولة، وهو $\frac{1}{6}$
- الشرط الرابع: وجود عدد محدد من المحاولات في التجربة وهو 20

إذن، تمثل هذه التجربة العشوائية تجربة احتمالية ذات حدين.

B

تتضمن هذه التجربة محاولات متكررة (اختيار 7 أشخاص)، وبما أن اختيار كل شخص يتأثر بنتائج اختيار الأشخاص السابقين له، فإن هذه المحاولات غير مستقلة.

إذن، لا تمثل هذه التجربة العشوائية تجربة احتمالية ذات حدين.

أتحقق من فهمي صفحة 82

a

$$P(X=4)=\binom{5}{4}(0.1)^4(0.9)^1$$
$$=0.00045$$

b

$$P(X\le 2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)$$
$$=\binom{5}{0}(0.1)^0(0.9)^5+\binom{5}{1}(0.1)^1(0.9)^4+\binom{5}{2}(0.1)^2(0.9)^3$$
$$=0.99144$$

c	$P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$ $= 1 - 0.99144$ $= 0.00856$
	أتحقق من فهمي صفحة 83
a	$P(X = 3) = \binom{5}{3}\left(\frac{2}{7}\right)^3\left(\frac{5}{7}\right)^2$ $= 0.12$ احتمال أن تكون 3 أيام فقط من هذه الأيام ماطرة هو 0.12 تقريبًا.
B	$P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$ $= 1 - \binom{5}{0}\left(\frac{2}{7}\right)^0\left(\frac{5}{7}\right)^5$ ≈ 0.8141 احتمال أن يكون يوم واحد على الأقل من هذه الأيام ماطرًا هو 0.8141 تقريبًا.
	أتحقق من فهمي صفحة 84
	$E(X) = 400 \times 0.3 = 120$ إذن، يُتوقّع وجود 120 من الإناث في هذه العينة.
	أتحقق من فهمي صفحة 85
a	$E(X) = 400 \times \frac{3}{8} = 150$
b	$Var(X) = 400 \times \frac{3}{8} \times \frac{5}{8} = \frac{375}{4}$
	أتدرب وأحل المسائل صفحة 86

1	نبحث في تحقق الشروط الأربعة للتجربة الاحتمالية ذات الحدين: 1- اشتمال التجربة على محاولات متكررة (إلقاء قطعة النقد 80 مرّة)، وبما أن نتيجة إلقاء قطعة النقد لا تؤثر في نتيجة إلقائها في المحاولات اللاحقة، فإن هذه المحاولات مستقلة. 2- فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى ناتجين فقط، هما: النجاح (ظهور الكتابة)، أو الفشل (عدم ظهور الكتابة). 3- ثبات احتمال النجاح في كل محاولة، وهو $\frac{1}{2}$ 4- وجود عدد محدد من المحاولات في التجربة، هو 80 إذن، تمثل هذه التجربة العشوائية تجربة احتمالية ذات حدين.
2	نبحث في تحقق الشروط الأربعة للتجربة الاحتمالية ذات الحدين: 1- اشتمال التجربة على محاولات متكررة (إلقاء حجر النرد 20 مرّة)، وبما أن نتيجة إلقاء حجر النرد لا تؤثر في نتيجة إلقائه في المحاولات اللاحقة، فإن هذه المحاولات مستقلة. 2- فرز النتائج الممكنة في كل محاولة إلى ناتجين فقط، هما: النجاح (ظهور العدد 4)، أو الفشل (عدم ظهور العدد 4). 3- ثبات احتمال النجاح في كل محاولة، وهو $\frac{1}{6}$ 4- وجود عدد محدد من المحاولات في التجربة، هو 20 إذن، تمثل هذه التجربة العشوائية تجربة احتمالية ذات حدين.
3	بما أن عدد المحاولات في هذه التجربة غير محدد، إذن، لا تمثل هذه التجربة العشوائية تجربة احتمالية ذات حدين.
4	$X \sim B(17, 0.64)$
5	$P(X=2) = \binom{10}{2}(0.2)^2(0.8)^8$ $= 0.302$
6	$P(X=5) = \binom{10}{5}(0.2)^5(0.8)^5$ $= 0.026$

7	$P(X<3)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)$ $=\binom{10}{0}(0.2)^0(0.8)^{10}+\binom{10}{1}(0.2)^1(0.8)^9+\binom{10}{2}(0.2)^2(0.8)^8$ $=0.678$
8	$P(X=1)=\binom{3}{1}\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^2$ $=\frac{2}{9}$
9	$P(X>1)=1-P(X\leq 1)$ $=1-\left(P(X=0)+P(X=1)\right)$ $=1-\left(\binom{3}{0}\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^3+\binom{3}{1}\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^2\right)$ $=\frac{20}{27}$
10	$P(0\leq X<2)=P(X=0)+P(X=1)$ $=\binom{3}{0}\left(\frac{2}{3}\right)^0\left(\frac{1}{3}\right)^3+\binom{3}{1}\left(\frac{2}{3}\right)^1\left(\frac{1}{3}\right)^2$ $=\frac{7}{27}$
11	$P(X=7)=\binom{12}{7}(0.6)^7(0.4)^5$ $=0.227$
12	$P(X\leq 2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)$ $=\binom{12}{0}(0.6)^0(0.4)^{12}+\binom{12}{1}(0.6)^1(0.4)^{11}+\binom{12}{2}(0.6)^2(0.4)^{10}$ $=0.003$
13	$E(X)=5(0.1)=0.5$ $Var(X)=5(0.1)(0.9)=0.45$

14	$E(X) = 20\left(\frac{3}{8}\right) = 7.5$ $Var(X) = 20\left(\frac{3}{8}\right)\left(\frac{5}{8}\right) = 4.6875$
15	$P(X = 3) = \binom{50}{3}(0.12)^3(0.88)^{47}$ $= 0.083$
16	$E(X) = 50(0.12) = 6$
17	$Var(X) = 50(0.12)(0.88) = 5.28$
18	$E(X) = np \Rightarrow 10 = n(0.04)$ $\Rightarrow n = 250$ عدد الأشخاص الذين يلزم إشراكهم في العينة العشوائية من السكان هو 250 شخصًا.
19	$P(X \geq 1) = 1 - P(X < 1)$ $= 1 - P(X = 0)$ $= 1 - \binom{3}{0}(p)^0(1-p)^3$ $\Rightarrow \frac{215}{216} = 1 - \binom{3}{0}(p)^0(1-p)^3$ $\Rightarrow \frac{215}{216} = 1 - (1-p)^3$ $\Rightarrow (1-p)^3 = 1 - \frac{215}{216}$ $\Rightarrow (1-p)^3 = \frac{1}{216}$ $\Rightarrow 1 - p = \frac{1}{6}$ $\Rightarrow p = 1 - \frac{1}{6}$ $\Rightarrow p = \frac{5}{6}$ $P(X = 2) = \binom{3}{2}\left(\frac{5}{6}\right)^2\left(\frac{1}{6}\right)^1$ $= \frac{75}{216}$

20	$Var(X) = 100p(1-p)$ $\Rightarrow 24 = 100p(1-p)$ $\Rightarrow 24 = 100p - 100p^2$ $\Rightarrow 100p^2 - 100p + 24 = 0$ $\Rightarrow 25p^2 - 25p + 6 = 0$ $\Rightarrow (5p-3)(5p-2) = 0$ $\Rightarrow p = \frac{3}{5} \quad , \quad p = \frac{2}{5}$
21	بما أن لكل فقرة 4 علامات، وحصل رامي على العلامة 76، معناه أن رامي قد أجاب بشكل صحيح على 19 فقرة من أصل 25 فقرة في هذا الاختبار. بما أن كل فقرة لها 4 بدائل واحدة منها فقط صحيحة، إذن احتمال اختيار البديل الصحيح هو $\frac{1}{4}$ $P(X=19) = \binom{25}{19}\left(\frac{1}{4}\right)^{19}\left(\frac{3}{4}\right)^{6}$ $= 0.00000011467$

الدرس الثالث: التوزيع الطبيعي

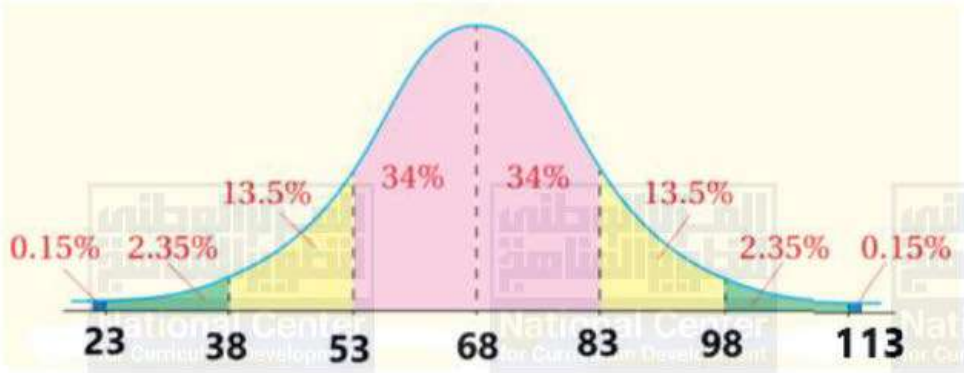
مسألة اليوم صفحة 88	
	$\mu = 18.5 \ , \sigma = 2.5$ $P(16 < X < 21) = P(18.5 - 2.5 < X < 18.5 + 2.5)$ $= P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma)$ $= 0.34 + 0.34$ $= 0.68$ احتمال أن يتراوح طول الشجرة بين 16 مترًا و21 مترًا هو 68%
أتحقق من فهمي صفحة 92	
a	النسبة المئوية للطلبة الذين تقع أطوالهم فوق الوسط الحسابي هي 50%
b	النسبة المئوية للطلبة الذين لا يزيد البعد بين أطوالهم و الوسط الحسابي على انحراف معياري واحد هي 68%
c	النسبة المئوية للطلبة الذين تقل أطوالهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين هي 47.5%
d	النسبة المئوية للطلبة الذين تقل أطوالهم عن الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على ثلاثة انحرافات معيارية أو تزيد عليه بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين هي 97.35%
أتحقق من فهمي صفحة 94	
a	قيمة الوسط الحسابي هي $\mu = 55$ ، وقيمة الانحراف المعياري هي $\sigma = \sqrt{121} = 11$ $P(X < 55) = P(X < \mu)$ $= 0.5$
b	$P(55 < X < 66) = P(55 < X < 55 + 11)$ $= P(\mu < X < \mu + \sigma)$ $= 0.34$

c	$P(X > 77) = P(X > 55 + 2(11))$ $= P(X > \mu + 2\sigma)$ $= 2.35\% + 0.15\%$ $= 3.5\%$ $= 0.035$
	أتحقق من فهمي صفحة 95
a	قيمة الوسط الحسابي هي $\mu = 178$ ، وقيمة الانحراف المعياري هي $\sigma = 7$ $P(X > 178) = P(X > \mu)$ $= 50\%$ $= 0.5$
b	$P(171 < X < 192) = P(178 - 7 < X < 178 + 2(7))$ $= P(\mu - \sigma < X < \mu + 2\sigma)$ $= 34\% + 34\% + 13.5\%$ $= 81.5\%$ $= 0.815$
	أتدرب وأحل المسائل صفحة 96
1	النسبة المئوية للعلامات التي تقع فوق الوسط الحسابي هي 50%
2	النسبة المئوية للعلامات التي لا يزيد البعد بينها وبين الوسط الحسابي على انحراف معياري واحد هي 68%
3	النسبة المئوية للعلامات الذين تزيد على الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحرافين معياريين هي 47.5%
4	النسبة المئوية للعلامات التي تزيد على الوسط الحسابي بمقدار لا يزيد على انحراف معياري واحد، أو تقل عنه بمقدار لا يزيد على ثلاثة انحرافات معيارية هي 83.85%

5	$P(\mu - 3\sigma < X < \mu - \sigma) = 2.35\% + 13.5\%$ $= 15.85\%$
6	$P(\mu - 2\sigma < X < \mu - \sigma) + P(\mu + \sigma < X < \mu + 2\sigma) = 13.5\% + 13.5\%$ $= 27\%$
7	$P(\mu < X < \mu + 2\sigma) = 34\% + 13.5\%$ $= 47.5\%$
8	$P(\mu - 2\sigma < X < \mu - \sigma) + P(\mu < X < \mu + \sigma) = 13.5\% + 34\%$ $= 47.5\%$
9	$A: \mu = 15 \ , \sigma = 3$ $B: \mu = 12 \ , \sigma = 3$
10	$\mu = 79 \ , \sigma = \sqrt{144} = 12$ $P(X < 79) = P(X < \mu)$ $= 0.5$
11	$P(67 < X < 91) = P(79 - 12 < X < 79 + 12)$ $= P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma)$ $= 0.34 + 0.34$ $= 0.68$
12	$P(X > 91) = P(X > 79 + 12)$ $= P(X > \mu + \sigma)$ $= 13.5\% + 2.35\% + 0.15\%$ $= 16\%$ $= 0.16$

13	$P(X > 103) = P(X > 79 + 2(12))$ $= P(X > \mu + 2\sigma)$ $= 2.35\% + 0.15\%$ $= 2.5\%$ $= 0.025$
14	$P(43 < X < 115) = P(79 - 3(12) < X < 79 + 3(12))$ $= P(\mu - 3\sigma < X < \mu + 3\sigma)$ $= 99.7\%$ $= 0.997$
15	$P(X < 43) = P(X < 79 - 3(12))$ $= P(X < \mu - 3\sigma)$ $= 0.15\%$ $= 0.0015$
16	$\mu = 30 \ , \sigma = \sqrt{0.4^2} = 0.4$ $P(X > 30) = P(X > \mu)$ $= 0.5$
17	$P(29.6 < X < 30.4) = P(30 - 0.4 < X < 30 + 0.4)$ $= P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma)$ $= 34\% + 34\%$ $= 68\%$ $= 0.68$
18	$P(29.2 < X < 30) = P(30 - 2(0.4) < X < 30)$ $= P(\mu - 2\sigma < X < \mu)$ $= 34\% + 13.5\%$ $= 47.5\%$ $= 0.475$

19	$P(29.2 < X < 30.4) = P(30 - 2(0.4) < X < 30 + 0.4)$ $= P(\mu - 2\sigma < X < \mu + \sigma)$ $= 34\% + 13.5\% + 34\%$ $= 81.5\%$ $= 0.815$
20	$\mu = 50 \ , \sigma = 2$ $P(X > 54) = P(X > 50 + 2(2))$ $= P(X > \mu + 2\sigma)$ $= 2.35\% + 0.15\%$ $= 2.5\%$ $= 0.025$ احتمال أن تكون كتلة الكيس أكثر من $54\ kg$ هو 0.025
21	$P(44 < X < 52) = P(50 - 3(2) < X < 50 + 2)$ $= P(\mu - 3\sigma < X < \mu + \sigma)$ $= 2.35\% + 13.5\% + 34\% + 34\%$ $= 83.85\%$ $= 0.8385$ احتمال أن تتراوح كتلة الكيس بين $44\ kg$ و $52\ kg$ هو 0.8385
22	إن $X \sim N(4^2, t^2)$ متغير عشوائي طبيعي، وسطه الحسابي 16 ، وانحرافه المعياري t
23	$P(93 < X < 107) = P(100 - 7 < X < 100 + 7)$ $= P(\mu - \sigma < X < \mu + \sigma)$ $= 68\%$ ومنه فإن: $\sigma^2 = (7)^2 = 49$

24	 نعتمد العلامات كما هي موضحة في الشكل أعلاه، حيث الوسط الحسابي 68 والانحراف المعياري 15 نبدأ بجمع النسب المئوية من أقصى يسار الشكل حتى نحصل على النسبة 16% فنجد: $0.15\% + 2.35\% + 13.5\% = 16\%$ بما أن هذه النسبة تمثل جميع الراسبين، إذن علامة النجاح هي 53

الدرس الرابع: التوزيع الطبيعي المعياري

	مسألة اليوم صفحة 98
	$P(Z > 2.64) = 1 - P(Z < 2.64)$ $= 1 - 0.9959$ $= 0.0040$ احتمال أن تكون درجة الحرارة المسجلة في المحطة أكثر من $2.64°C$ هو 0.004
	أتحقق من فهمي صفحة 100
a	$P(Z < 0.69) = 0.7549$
b	$P(Z < 3.05) = 0.9989$
c	$P(Z > -1.67) = P(Z < 1.67)$ $= 0.9525$

d	$P(Z > -2.88) = P(Z < 2.88)$ $= 0.9980$
أتحقق من فهمي صفحة 101	
a	$P(Z > 2.56) = 1 - P(Z < 2.56)$ $= 1 - 0.9948$ $= 0.0052$
b	$P(Z > 1.01) = 1 - P(Z < 1.01)$ $= 1 - 0.8438$ $= 0.1562$
c	$P(Z < -0.09) = 1 - P(Z < 0.09)$ $= 1 - 0.5359$ $= 0.4641$
d	$P(Z < -1.52) = 1 - P(Z < 1.52)$ $= 1 - 0.9357$ $= 0.0643$
أتحقق من فهمي صفحة 102	
a	$P(0 < Z < 0.33) = P(Z < 0.33) - P(Z < 0)$ $= 0.6293 - 0.5$ $= 0.1293$
b	$P(-1 < Z < 1.25) = P(Z < 1.25) - P(Z < -1)$ $= P(Z < 1.25) - (1 - P(Z < 1))$ $= 0.8944 - (1 - 0.8413)$ $= 0.8944 - 0.1587$ $= 0.7357$
أتحقق من فهمي صفحة 106	

a	$P(Z < a) = 0.9788$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يسار القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أكبر من 0.5 ، فهذا يعني أن قيمة a موجبة، وأنه يمكن استبدال القيمة z بها $P(Z < a) = P(Z < z)$ $\Rightarrow 0.9788 = P(Z < z)$ $\Rightarrow z = 2.03$ $\Rightarrow a = 2.03$
b	$P(Z < a) = 0.25$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يسار القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أقل من 0.5 ، فهذا يعني أن قيمة a سالبة، وأنه يمكن استبدال القيمة $-z$ بها $P(Z < a) = P(Z < -z)$ $\Rightarrow 0.25 = P(Z < -z)$ $\Rightarrow 0.25 = 1 - P(Z < z)$ $P(Z < z) = 1 - 0.25$ $P(Z < z) = 0.75$ $\Rightarrow z = 0.67$ $\Rightarrow a = -0.67$
c	$P(Z > a) = 0.9738$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يمين القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أكبر من 0.5 ، فهذا يعني أن قيمة a سالبة، وأنه يمكن استبدال القيمة $-z$ بها $P(Z > a) = P(Z > -z)$ $\Rightarrow 0.9738 = P(Z > -z)$ $\Rightarrow 0.9738 = P(Z < z)$ $\Rightarrow P(Z < z) = 0.9738$ $\Rightarrow z = 1.94$ $\Rightarrow a = -1.94$

d	$P(Z > \alpha) = 0.2$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يمين القيمة المعيارية α أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أقل من 0.5 ، فهذا يعني أن قيمة α موجبة، وأنه يمكن استبدال القيمة z بها $P(Z > \alpha) = P(Z > z)$ $\Rightarrow 0.2 = P(Z > z)$ $\Rightarrow 0.2 = 1 - P(Z < z)$ $\Rightarrow P(Z < z) = 1 - 0.2$ $\Rightarrow P(Z < z) = 0.8$ $\Rightarrow z = 0.84$ $\Rightarrow \alpha = -0.84$

أتدرب وأحل المسائل صفحة 107

1	$P(Z < 0.68) = 0.7517$
2	$P(Z < 1.54) = 0.9382$
3	$P(Z > 0.27) = 1 - P(Z < 0.27)$ $= 1 - 0.6064$ $= 0.3936$
4	$P(0.49 < Z < 2.9) = P(Z < 2.9) - P(Z < 0.49)$ $= 0.9981 - 0.6879$ $= 0.3102$
5	$P(-0.08 < Z < 0.8) = P(Z < 0.8) - P(Z < -0.08)$ $= P(Z < 0.8) - (1 - P(Z < 0.08))$ $= 0.7881 - (1 - 0.5319)$ $= 0.9981 - 0.4681$ $= 0.5300$
6	$P(0 < Z < 1.07) = P(Z < 1.07) - P(Z < 0)$ $= 0.8577 - 0.5$ $= 0.3577$

7	$P(Z < -0.08) = 1 - P(Z < 0.08)$ $= 1 - 0.5319$ $= 0.4681$
8	$P(Z > -1.99) = P(Z < 1.99)$ $= 0.9767$
9	$P(-0.5 < Z < 0) = P(Z < 0) - P(Z < -0.5)$ $= P(Z < 0) - (1 - P(Z < 0.5))$ $= 0.5 - (1 - 0.6915)$ $= 0.5 - 0.3085$ $= 0.1915$
10	$P(Z < 0.43) = 0.6664$
11	$P(Z > 3.08) = 1 - P(Z < 3.08)$ $= 1 - 0.9990$ $= 0.0010$
12	$P(Z < -2.03) = 1 - P(Z < 2.03)$ $= 1 - 0.9788$ $= 0.0212$
13	$P(Z > 2.2) = 1 - P(Z < 2.2)$ $= 1 - 0.9861$ $= 0.0139$
14	$P(-0.72 < Z < 3.26) = P(Z < 3.26) - P(Z < -0.72)$ $= P(Z < 3.26) - (1 - P(Z < 0.72))$ $= 0.9994 - (1 - 0.7642)$ $= 0.9994 - 0.2358$ $= 0.7636$

15	$P(1.5 < Z < 2.5) = P(Z < 2.5) - P(Z < 1.5)$ $= 0.9938 - 0.9332$ $= 0.0606$
16	$P(Z > 2) = 1 - P(Z < 2)$ $= 1 - 0.9772$ $= 0.0228$
17	$P(-2.25 < Z < 0) = P(Z < 0) - P(Z < -2.25)$ $= P(Z < 0) - (1 - P(Z < 2.25))$ $= 0.5 - (1 - 0.9878)$ $= 0.5000 - 0.0122$ $= 0.4878$
18	$P(Z < a) = 0.7642$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يسار القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أكبر من 0.5 ، فهذا يعني أن قيمة a موجبة، وأنه يمكن استبدال القيمة z بها $P(Z < a) = P(Z < z)$ $\Rightarrow 0.7642 = P(Z < z)$ $\Rightarrow z = 0.72$ $\Rightarrow a = 0.72$

19	$P(Z < a) = 0.13$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يسار القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أقل من 0.5 ، فهذا يعني أن قيمة a سالبة، وأنه يمكن استبدال القيمة $-z$ بها $P(Z < a) = P(Z < -z)$ $\Rightarrow 0.13 = P(Z < -z)$ $\Rightarrow 0.13 = 1 - P(Z < z)$ $P(Z < z) = 1 - 0.13$ $P(Z < z) = 0.87$ $\Rightarrow z = 1.12$ $\Rightarrow a = -1.12$
20	$P(Z > a) = 0.8531$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يمين القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أكبر من 0.5 ، فهذا يعني أن قيمة a سالبة، وأنه يمكن استبدال القيمة $-z$ بها $P(Z > a) = P(Z > -z)$ $\Rightarrow 0.8531 = P(Z > -z)$ $\Rightarrow 0.8531 = P(Z < z)$ $\Rightarrow P(Z < z) = 0.8531$ $\Rightarrow z = 1.05$ $\Rightarrow a = -1.05$

21	$P(Z > a) = 0.372$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يمين القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أقل من 0.5 ، فهذا يعني أن قيمة a موجبة، وأنه يمكن استبدال القيمة z بها $P(Z > a) = P(Z > z)$ $\Rightarrow 0.372 = P(Z > z)$ $\Rightarrow 0.372 = 1 - P(Z < z)$ $\Rightarrow P(Z < z) = 1 - 0.372$ $\Rightarrow P(Z < z) = 0.628$ $\Rightarrow z = 0.32$ $\Rightarrow a = -0.32$
22	$Z \sim N(0, 1)$
23	$P(-a < Z < a) = P(Z < a) - P(Z < -a)$ $= P(Z < a) - \big(1 - P(Z < a)\big)$ $= P(Z < a) - 1 + P(Z < a)$ $= 2P(Z < a) - 1$
24	$P(0 < Z < a) = 0.45$ $\Rightarrow P(Z < a) - P(Z < 0) = 0.45$ $\Rightarrow P(Z < a) - 0.5 = 0.45$ $\Rightarrow P(Z < a) = 0.95$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يسار القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أكبر من 0.5 ، فهذا يعني أن قيمة a موجبة، وأنه يمكن استبدال القيمة z بها $P(Z < a) = P(Z < z)$ $\Rightarrow 0.95 = P(Z < z)$ $\Rightarrow z = 1.64$ $\Rightarrow a = 1.64$

25	$P(-a < Z < a) = 0.1272$ $\Rightarrow P(Z < a) - P(Z < -a) = 0.1272$ $\Rightarrow P(Z < a) - 1 + P(Z < a) = 0.1272$ $\Rightarrow 2P(Z < a) - 1 = 0.1272$ $\Rightarrow 2P(Z < a) = 1.1272$ $\Rightarrow P(Z < a) = 0.5636$ الاحتمال المعطى يمثل المساحة التي تقع يسار القيمة المعيارية a أسفل منحنى التوزيع الطبيعي. بما أن قيمة الاحتمال أكبر من 0.5 ، فهذا يعني أن قيمة a موجبة، وأنه يمكن استبدال القيمة z بها $P(Z < a) = P(Z < z)$ $\Rightarrow 0.5636 = P(Z < z)$ $\Rightarrow z = 0.16$ $\Rightarrow a = 0.16$

الدرس الخامس: احتمال المتغير العشوائي الطبيعي باستعمال الجدول

مسألة اليوم صفحة 108

$X \sim N(127, 16^2)$

$$P(X < 123) = P\left(Z < \frac{123 - 127}{16}\right)$$
$$= P(Z < -0.25)$$
$$= 1 - P(Z < 0.25)$$
$$= 1 - 0.5987$$
$$= 0.4013$$

احتمال أن يكون ضغط دمه الانقباضي أقل من $123\ mmHg$ هو 0.4013

أتحقق من فهمي صفحة 109

a

$$z = \frac{24 - 15}{4}$$
$$= 2.25$$

b

$$z = \frac{10 - 15}{4}$$
$$= -1.25$$

أتحقق من فهمي صفحة 110

$X \sim N(7, 0.5^2)$

a

$$P(X < 7.7) = P\left(Z < \frac{7.7 - 7}{0.5}\right)$$
$$= P(Z < 1.4)$$
$$= 0.9192$$

b

$$P(X > 6.1) = P\left(Z > \frac{6.1 - 7}{0.5}\right)$$
$$= P(Z > -1.8)$$
$$= P(Z < 1.8)$$
$$= 0.9641$$

c

$$P(6 < X < 7.1) = P\left(\frac{6-7}{0.5} < Z < \frac{7.1-7}{0.5}\right)$$
$$= P(-2 < Z < 0.2)$$
$$= P(Z < 0.2) - P(Z < -2)$$
$$= P(Z < 0.2) - (1 - P(Z < 2))$$
$$= 0.5793 - (1 - 0.9772)$$
$$= 0.5793 - 0.0228$$
$$= 0.5565$$

أتحقق من فهمي صفحة 112

a

$$X \sim N(90, 5^2)$$
$$P(X < 80) = P\left(Z < \frac{80-90}{5}\right)$$
$$= P(Z < -2)$$
$$= 1 - P(Z < 2)$$
$$= 1 - 0.9772$$
$$= 0.0228$$

نسبة ثمار البندورة التي تقل كتلة كل منها عن $80\ g$ هي 0.0228

b

$$P(X > 100) = P\left(Z > \frac{100-90}{5}\right)$$
$$= P(Z > 2)$$
$$= 1 - P(Z < 2)$$
$$= 1 - 0.9772$$
$$= 0.0228$$

نسبة ثمار البندورة التي تزيد كتلة كل منها عن $100\ g$ هي 0.0228

$$n = 200 \times 0.0228 = 4.56 \approx 5$$

عدد ثمار البندورة التي تزيد كتلة كل منها عن $100\ g$ هو 5 حبات تقريبًا.

أتدرب وأحل المسائل صفحة 112	
1	$z = \frac{239 - 224}{6}$ $= 2.5$
2	$z = \frac{200 - 224}{6}$ $= -4$
3	$z = \frac{224 - 224}{6}$ $= 0$
4	$X \sim N(30, 10^2)$ $P(X < 35) = P\left(Z < \frac{35 - 30}{10}\right)$ $= P(Z < 0.5)$ $= 0.6915$
5	$P(X > 38) = P\left(Z > \frac{38 - 30}{10}\right)$ $= P(Z > 0.8)$ $= 1 - P(Z < 0.8)$ $= 1 - 0.7881$ $= 0.2119$
6	$P(35 < X < 40) = P\left(\frac{35 - 30}{10} < Z < \frac{40 - 30}{10}\right)$ $= P(0.5 < Z < 1)$ $= P(Z < 1) - P(Z < 0.5)$ $= 0.8413 - (1 - 0.6915)$ $= 0.5793 - 0.3085$ $= 0.2708$

7	$P(X < 20) = P\left(Z < \frac{20-30}{10}\right)$ $= P(Z < -1)$ $= 1 - P(Z < 1)$ $= 1 - 0.8413$ $= 0.1587$
8	$P(15 < X < 32) = P\left(\frac{15-30}{10} < Z < \frac{32-30}{10}\right)$ $= P(-1.5 < Z < 0.2)$ $= P(Z < 0.2) - P(Z < -1.5)$ $= P(Z < 0.2) - \left(1 - P(Z < 1.5)\right)$ $= 0.5793 - (1 - 0.9332)$ $= 0.5793 - 0.0668$ $= 0.5125$
9	$P(17 < X < 19) = P\left(\frac{17-30}{10} < Z < \frac{19-30}{10}\right)$ $= P(-1.3 < Z < -1.1)$ $= P(Z < -1.1) - P(Z < -1.3)$ $= 1 - P(Z < 1.1) - \left(1 - P(Z < 1.3)\right)$ $= 1 - 0.8643 - (1 - 0.9032)$ $= 0.1357 - 0.0968$ $= 0.0389$
10	$X \sim N(154, 12^2)$ $P(X < 154) = P\left(Z < \frac{154-154}{12}\right)$ $= P(Z < 0)$ $= 0.5$

11	$P(X > 160) = P\left(Z > \frac{160 - 154}{12}\right)$ $= P(Z > 0.5)$ $= 1 - P(Z < 0.5)$ $= 1 - 0.6915$ $= 0.3085$
12	$P(140 < X < 155) = P\left(\frac{140 - 154}{12} < Z < \frac{155 - 154}{12}\right)$ $= P(-1.17 < Z < 0.08)$ $= P(Z < 0.08) - P(Z < -1.17)$ $= P(Z < 0.08) - (1 - P(Z < 1.17))$ $= 0.5319 - (1 - 0.8790)$ $= 0.1357 - 0.1210$ $= 0.0147$
13	$X \sim N(78, 5^2)$ $P(X < 70) = P\left(Z < \frac{70 - 78}{5}\right)$ $= P(Z < -1.6)$ $= 1 - P(Z < 1.6)$ $= 1 - 0.9452$ $= 0.0548$ نسبة الأشخاص الذين يقل محيط الخصر لكل منهم عن $70\ cm$ هي 0.0548

14

$$P(70 < X < 80) = P\left(\frac{70-78}{5} < Z < \frac{80-78}{5}\right)$$
$$= P(-1.6 < Z < 0.4)$$
$$= P(Z < 0.4) - P(Z < -1.6)$$
$$= P(Z < 0.4) - \left(1 - P(Z < 1.6)\right)$$
$$= 0.6554 - (1 - 0.9452)$$
$$= 0.6554 - 0.0548$$
$$= 0.6006$$

نسبة الأشخاص الذين يتراوح محيط الخصر لكل منهم بين $70\ cm$ و $80\ cm$ هي 0.6006

$$n = 1200 \times 0.6006 = 720.72 \approx 721$$

عدد الأشخاص الذين يتراوح محيط الخصر لكل منهم بين $70\ cm$ و $80\ cm$ هو 721 شخصًا.

15

$$X \sim N(25, 1.5^2)$$

$$P(X > 28) = P\left(Z > \frac{28-25}{1.5}\right)$$
$$= P(Z > 2)$$
$$= 1 - P(Z < 2)$$
$$= 1 - 0.9772$$
$$= 0.0228$$

احتمال أن يكون عمر البطارية أكثر من 28 ساعة هو 0.0228

16

$$P(X > 20) = P\left(Z > \frac{20-25}{1.5}\right)$$
$$= P(Z > -3.33)$$
$$= 1 - P(Z < 3.33)$$
$$= 1 - 0.9996$$
$$= 0.0004$$

احتمال أن يكون عمر البطارية أكثر من 20 ساعة هو 0.0004

17	$P(22 < X < 25) = P\left(\frac{22-25}{1.5} < Z < \frac{25-25}{1.5}\right)$ $= P(-2 < Z < 0)$ $= P(Z < 0) - P(Z < -2)$ $= P(Z < 0) - (1 - P(Z < 2))$ $= 0.5 - (1 - 0.9772)$ $= 0.5000 - 0.0228$ $= 0.4772$ احتمال أن يتراوح عمر البطارية بين 22 ساعة و25 ساعة هو 0.4772
18	$X \sim N(68.5, 5^2)$ $P(X > 70) = P\left(Z > \frac{70-68.5}{5}\right)$ $= P(Z > 0.3)$ $= 1 - P(Z < 0.3)$ $= 1 - 0.6179$ $= 0.3821$ $n = 1300 \times 0.3821 = 496.73 \approx 497$ العدد التقريبي للسيارات التي ستتجاوز السرعة المحددة على الطريق في هذا اليوم هو 497 سيارة.

19

$$P(75 < X < 85) = P\left(\frac{75-68.5}{5} < Z < \frac{85-68.5}{5}\right)$$
$$= P(1.3 < Z < 3.3)$$
$$= P(Z < 3.3) - P(Z < 1.3)$$
$$= 0.9995 - 0.9032$$
$$= 0.0963$$

$$n = 1300 \times 0.0963 = 125.19 \approx 125$$

عدد المخالفات التي سجلت من الدرجة الأولى في هذا اليوم هو 125 مخالفة تقريبًا.

$$P(X > 85) = P\left(Z > \frac{85-68.5}{5}\right)$$
$$= P(Z > 3.3)$$
$$= 1 - P(Z < 3.3)$$
$$= 1 - 0.9995$$
$$= 0.0005$$

$$n = 1300 \times 0.0005 = 0.65 \approx 1$$

عدد المخالفات التي سجلت من الدرجة الثانية في هذا اليوم هو مخالفة واحدة تقريبًا.

20

$$3.2 = \frac{14-\mu}{\sigma} \quad \Rightarrow \quad 3.2\sigma = 14 - \mu \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

$$-1.8 = \frac{-6-\mu}{\sigma} \quad \Rightarrow \quad -1.8\sigma = -6 - \mu \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

بضرب المعادلة (2) بسالب واحد، تنتج لدينا المعادلة:

$$1.8\sigma = 6 + \mu \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

بجمع المعادلتين (1) و (3) طرفًا إلى طرف، نحصل على:

$$5\sigma = 20 \quad \Rightarrow \sigma = 4$$

بالتعويض في المعادلة (3) نحصل على:

$$1.8(4) = 6 + \mu \quad \Rightarrow \quad \mu = 1.2$$

إذن، الوسط الحسابي هو 1.2 ، والانحراف المعياري هو 4

21	نفرض a هو المعدل المطلوب. نفرض p هو احتمال أن يكرم الطالب، أي احتمال أن يحصل على معدل أعلى من a أو يساويه. $n = 600 \times p = 50 \implies p = \frac{50}{600} \approx 0.0833$ إذن، احتمال أن يتم تكريم الطالب (أي أن يحصل على معدل يفوق a أو يساويه) هو 0.0833 $P(X \geq a) = P\left(Z \geq \frac{a-73}{8}\right)$ $= 1 - P\left(Z < \frac{a-73}{8}\right)$ $\implies 0.0833 = 1 - P\left(Z < \frac{a-73}{8}\right)$ $\implies P\left(Z < \frac{a-73}{8}\right) = 1 - 0.0833$ $\implies P\left(Z < \frac{a-73}{8}\right) = 0.9167$ $\implies \frac{a-73}{8} = 1.38$ $\implies a - 73 = 11.04$ $\implies a = 84.04$ إذن، أقل معدل للطلبة الخمسين هو 84.04