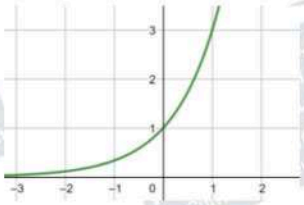
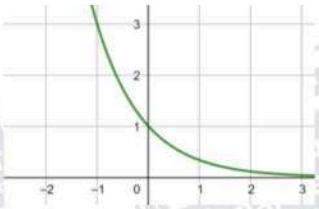
إجابات كتاب الطالب- مادة الرياضيات- الصف الثاني عشر الأدبي ف1

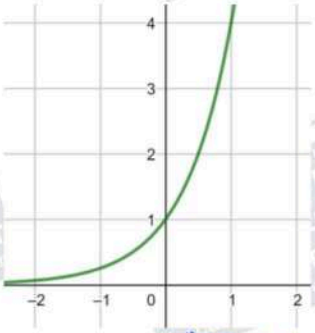
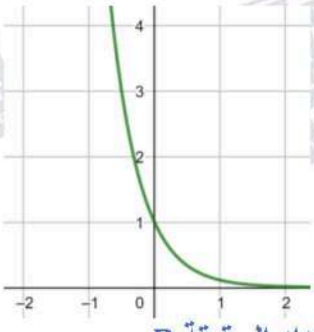
الوحدة الأولى: الاقترانات الأسية واللوغاريتمية

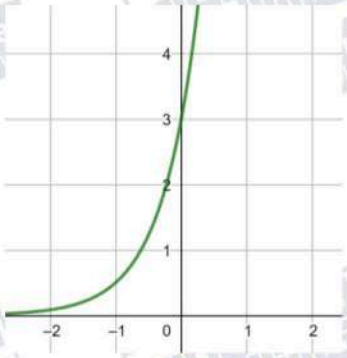
الدرس الأول: الاقترانات الأسية

مسألة اليوم صفحة 8	
	$P(t) = 325(0.25)^t$ $P(5) = 325(0.25)^5 \approx 0.32$
أتحقق من فهمي صفحة 9	
a	$f(4) = 3^4$ $= 81$
b	$f(-1) = \left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$ $= 3$
أتحقق من فهمي صفحة 10	
a	$f(x) = 3^x$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقة R مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$ لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو المحور x
b	لا يوجد لهذا الاقتران مقطع مع المحور x عندما $x = 0$ فإن $y = 1$، ومنه فإن المقطع y لهذا الاقتران هو 1
c	الاقتران $f(x)$ متزايد
d	الاقتران $f(x)$ هو اقتران واحد لواحد

أتحقق من فهمي صفحة 12	
a	$f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقة R مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$ لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو المحور x
b	لا يوجد لهذا الاقتران مقطع مع المحور x عندما $x = 0$ فإن $y = 1$، ومنه فإن المقطع y لهذا الاقتران هو 1
c	الاقتران $f(x)$ متناقص
d	الاقتران $f(x)$ هو اقتران واحد لواحد
أتحقق من فهمي صفحة 15	
a	$f(x) = 2(3)^{x+2} - 1$ لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y = -1$ مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقة R مدى هذا الاقتران هو $(-1, \infty)$ الاقتران $f(x)$ متزايد
b	$f(x) = 4(5)^{-x} = 4\left(\frac{1}{5}\right)^x$ لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y = 0$ مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقة R مدى هذا الاقتران هو $(0, \infty)$ الاقتران $f(x)$ متناقص

c	$f(x) = -\frac{1}{4}(3)^{x-1} + 2$ لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y = 2$ مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقة R مدى هذا الاقتران هو $(-\infty, 2)$ الاقتران $f(x)$ متناقص
	أتحقق من فهمي صفحة 16
a	$f(5) = 500(2)^5$ $= 500(32)$ $= 16000$ عدد الخلايا البكتيرية في العينة بعد 5 ساعات هو 16000 خلية
b	$4000 = 500(2)^x$ $8 = (2)^x$ $(2)^3 = (2)^x$ $x = 3$ بعد 3 ساعات يصبح عدد الخلايا البكتيرية في العينة 4000 خلية
	أتدرب وأحل المسائل صفحة 16
1	$f(3) = (11)^3$ $= 1331$
2	$f(1) = -5(2)^1$ $= -5(2)$ $= -10$
3	$f(2) = 3\left(\frac{1}{7}\right)^2$ $= 3\left(\frac{1}{49}\right)$ $= \frac{3}{49}$

4	$f(4) = -(5)^4 + 4$ $= -(625) + 4$ $= -621$
5	$f(5) = (3)^5 + 1$ $= 243 + 1$ $= 244$
6	$f(2) = \left(\frac{1}{9}\right)^2 - 3$ $= \frac{1}{81} - 3$ $= \frac{1}{81} - \frac{243}{81}$ $= -\frac{242}{81}$
7	$f(x) = 4^x$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقة R مدى هذا الاقتران هو $(0, \infty)$
8	$f(x) = 9^{-x} = \left(\frac{1}{9}\right)^x$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقة R مدى هذا الاقتران هو $(0, \infty)$

9	$f(x) = 7\left(\frac{1}{7}\right)^x$ مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقة R مدى هذا الاقتران هو $(0, \infty)$
10	$f(x) = 3(6)^x$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقة R مدى هذا الاقتران هو $(0, \infty)$
11	$f(x) = 5^{x-1} + 2$ لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y = 2$ مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقة R مدى هذا الاقتران هو $(2, \infty)$ الاقتران $f(x)$ متزايد
12	$f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^{x+2} - 5$ لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y = -5$ مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقة R مدى هذا الاقتران هو $(-5, \infty)$ الاقتران $f(x)$ متناقص

13	$f(x) = 3\left(\frac{1}{7}\right)^{x+5} - 6$ لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y = -6$ مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقة R مدى هذا الاقتران هو $(-6, \infty)$ الاقتران $f(x)$ متناقص
14	$f(x) = 3(7)^{x-2} + 1$ لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y = 1$ مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقة R مدى هذا الاقتران هو $(1, \infty)$ الاقتران $f(x)$ متزايد
15	$f(0) = 7000(1.2)^0$ $= 7000(1)$ $= 7000$ عدد الخلايا البكتيرية في بداية التجربة هو 7000 خلية
16	$f(12) = 7000(1.2)^{12}$ ≈ 62413 عدد الخلايا البكتيرية بعد 12 ساعة هو 62413 خلية تقريبًا
17	$10080 = 7000(1.2)^x$ $1.44 = (1.2)^x$ $(1.2)^2 = (1.2)^x$ $x = 2$ بعد ساعتين من بدء التجربة يصبح عدد الخلايا البكتيرية 10080 خلية
18	$f(1) = 100(0.97)^1$ $= 100(0.97)$ $= 97$ نسبة الضوء المارّ خلال لوح زجاجي واحد هي 97%
19	$f(3) = 100(0.97)^3$ ≈ 91 نسبة الضوء المارّ خلال 3 ألواح زجاجية هي 91%
20	$P(1) = 100(0.3)^1$ $= 100(0.3)$ $= 30$ نسبة المتعافين بعد سنة من التشخيص الأوليّ للمرض هي 30%

21	$9 = 100(0.3)^t$ $0.09 = (0.3)^t$ $(0.3)^2 = (0.3)^t$ $t = 2$ بعد سنتين تصبح نسبة المتعافين 9%
22	$f(x) = ab^x$ من التمثيل البياني نلاحظ أن المقطع y هو 1 ، إذن عندما $x = 0$ فإن $y = 1$ نعوض $x = 0$ و $y = 1$ في قاعدة الاقتران، فنحصل على: $1 = ab^0$ $1 = a \times 1$ $a = 1$ نلاحظ أيضًا أن النقطة $\left(1, \frac{1}{4}\right)$ تقع على منحنى الاقتران، نعوض $x = 1$ و $y = \frac{1}{4}$ في قاعدة الاقتران، فنحصل على: $\frac{1}{4} = ab^1$ $\frac{1}{4} = (1)b^1$ $b = \frac{1}{4}$ ومنه فإن قاعدة هذا الاقتران هي: $f(x) = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ $f(3) = \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{64}$
23	الاقتران المختلف هو $f(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ لأنه الاقتران الوحيد المتناقص والاقترانات الأخرى متزايدة.
24	$\frac{f(x+1)}{f(x)} = \frac{ab^{x+1}}{ab^x}$ $= \frac{b^{x+1}}{b^x}$ $= b$

الدرس الثاني: النمو والاضمحلال الأسّي

مسألة اليوم صفحة 18	
	$A(t) = a(1+r)^t = 10.8(1+0.026)^t$ $t = 2030 - 2020 = 10$ $A(10) = 10.8(1+0.026)^{10} \approx 13.960$ العدد التقريبي للسكان عام 2030م هو 13960000 نسمة
أتحقق من فهمي صفحة 19	
a	$A(t) = 327(1+0.18)^t$ $A(t) = 327(1.18)^t$
b	$A(3) = 327(1.18)^3$ ≈ 537 عدد الأبقار بعد 3 سنوات من بدء الدراسة هو 537 بقرة تقريبًا.
أتحقق من فهمي صفحة 21	
a	$A(t) = a(1-r)^t$ $A(t) = 28500(1-0.05)^t$ $A(t) = 28500(0.95)^t$
b	$A(4) = 28500(0.95)^4$ ≈ 23213 ثمن السيّارة بعد 4 سنوات هو 23213 دينارًا تقريبًا
أتحقق من فهمي صفحة 22	
	$A = P\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$ $= 5000\left(1+\frac{0.0225}{2}\right)^{2\times5}$ ≈ 5591.85 جملة المبلغ بعد 3 سنوات: JD 5591.85 تقريبًا.

	أتحقق من فهمي صفحة 23
	$A = Pe^{rt}$ $= 6300e^{0.032\times 9}$ ≈ 8402.67 جملة المبلغ بعد 9 سنوات: JD 8402.67 تقريبًا.
	أتدرب وأحل المسائل صفحة 24
1	$A(t) = a(1+r)^t$ $A(t) = 150(1+0.08)^t$ $A(t) = 150(1.08)^t$
2	$A(5) = 150(1.08)^5$ ≈ 220 عدد المشاركين بعد 5 سنوات 220 تقريبًا.
3	$A(t) = a(1+r)^t$ $A(t) = 50000(1+0.15)^t$ $A(t) = 50000(1.15)^t$
4	$t = 2025 - 2019 = 6$ $A(6) = 50000(1.15)^6$ ≈ 115653 عدد مستخدمي الموقع سنة 2025م: 115653 تقريبًا.
5	$A(t) = a(1-r)^t$ $A(t) = 17350(1-0.035)^t$ $A(t) = 17350(0.965)^t$
6	$A(3) = 17350(0.965)^3$ ≈ 15591.27 ثمن السيّارة بعد 3 سنوات: JD15591.27 تقريبًا.
7	$A(t) = a(1-r)^t$ $A(t) = 15275(1-0.27)^t$ $A(t) = 15275(0.73)^t$

8	$A(7) = 15275(0.73)^7$ ≈ 1687 عدد الخلايا البكتيرية في العيّنة بعد 7 ساعات: 1687 خلية تقريبًا.
9	$A(t) = a(1-r)^t$ $A(5) = 1550(1-0.25)^5$ $= 1550(0.75)^5$ ≈ 368 العدد المتبقي من الدجاج بعد 5 أيام من المرض: 368 دجاجة تقريبًا.
10	$A = P\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$ $= 1200\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{12t}$
11	$A = 1200\left(1+\frac{0.10}{12}\right)^{12\times5}$ ≈ 1974.37 جملة المبلغ بعد 5 سنوات: JD 1974.37 تقريبًا.
12	$A = P\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$ $= 6200\left(1+\frac{0.084}{365}\right)^{365t}$
13	$A = 6200\left(1+\frac{0.084}{365}\right)^{365\times6}$ ≈ 10262.45 جملة المبلغ بعد 6 سنوات: JD 10262.45 تقريبًا.
14	$A = Pe^{rt}$ $= 9000e^{0.036\times7}$ ≈ 11579.36 جملة المبلغ بعد 7 سنوات: JD 11579.36 تقريبًا.

15	$A = Pe^{rt}$ $= 8200e^{0.049\times 9}$ ≈ 12744.94 جملة المبلغ بعد 9 سنوات: JD 12744.94 تقريبًا.
16	$P(t) = 20e^{0.03t}$ $P(72) = 20e^{0.03\times 72}$ ≈ 173 عدد ذباب الفاكهة بعد 72 ساعة من بدء الدراسة: 173 ذبابة تقريبًا.
17	الخطأ الذي ارتكبه رامي هو أنه كتب معدل الفائدة السنوي 1.25 وكان ينبغي كتابته: 0.0125 $A = 250\left(1+\frac{0.0125}{4}\right)^{4(3)} \approx 259.54$
18	النسبة المئوية للزيادة 200%، فيكون عامل النمو $1+\frac{200}{100}=3$ إذا كان عدد الإصابات في البداية يساوي N، فإن عددها بعد t أسبوعًا هو $A(t) = N(1+r)^t = N3^t$

الدرس الثالث: الاقترانات اللوغاريتمية

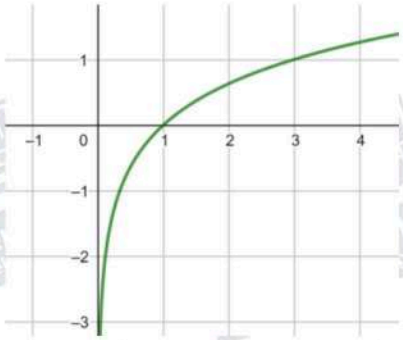
مسألة اليوم صفحة 26	
الرمز log هو اختصار لكلمة logarithm (لوغاريتم) وهو معكوس الاقتران الأسي. فإذا كان $b^x = a$ فنقول أن لوغاريتم a للأساس b هو x، وبالرموز نكتب $\log_b a = x$.	
أتحقق من فهمي مثال 1 صفحة 27	
a	$\log_2 16 = 4 \rightarrow 2^4 = 16$
b	$\log_7 7 = 1 \rightarrow 7^1 = 7$
c	$\log_3 \left(\frac{1}{243}\right) = -5 \rightarrow 3^{-5} = \frac{1}{243}$
d	$\log_9 1 = 0 \rightarrow 9^0 = 1$
أتحقق من فهمي مثال2 صفحة 27	
a	$7^3 = 343 \rightarrow \log_7 343 = 3$
b	$49^{\frac{1}{2}} = 7 \rightarrow \log_{49} 7 = \frac{1}{2}$
C	$(2)^{-5} = \frac{1}{32} \rightarrow \log_2 \frac{1}{32} = -5$
d	$17^0 = 1 \rightarrow \log_{17} 1 = 0$
أتحقق من فهمي صفحة 28	
a	$\log_5 25 = y$ $5^y = 25$ $5^y = 5^2$ $y = 2$ إذن $\log_5 25 = 2$
b	$\log_8 \sqrt{8} = y$ $8^y = \sqrt{8}$ $8^y = 8^{\frac{1}{2}}$ $y = \frac{1}{2}$ إذن $\log_8 \sqrt{8} = \frac{1}{2}$

c	$\log_{81} 9 = y$ $81^y = 9$ $9^{2y} = 9^1$ $2y = 1$ $y = \frac{1}{2}$ إذن $\log_{81} 9 = \frac{1}{2}$
d	$\log_3 \frac{1}{27} = y$ $3^y = \frac{1}{27}$ $3^y = \frac{1}{3^3}$ $3^y = 3^{-3}$ $y = -3$ إذن $\log_3 \frac{1}{27} = -3$
أتحقق من فهمي صفحة 29	
a	$\log_2 1 = 0$
b	$\log_{32} \sqrt{32} = \log_{32} 32^{\frac{1}{2}}$ $= \frac{1}{2}$
c	$\log_9 9 = 1$
d	$8^{\log_8 13} = 13$

أتحقق من فهمي صفحة 31

a

$f(x) = \log_3 x$



مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$

مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

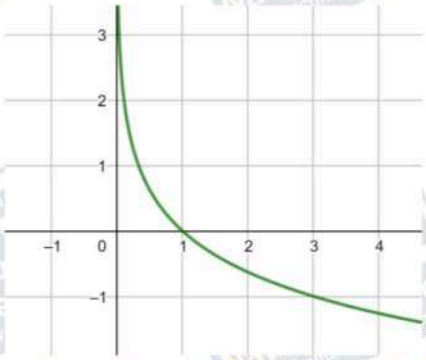
المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y

لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y

الاقتران متزايد

b

$f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$



مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$

مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R

المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y

لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y

الاقتران متناقص

أتحقق من فهمي صفحة 33

a

$f(x) = \log_7(5 - x)$

$5 - x > 0$

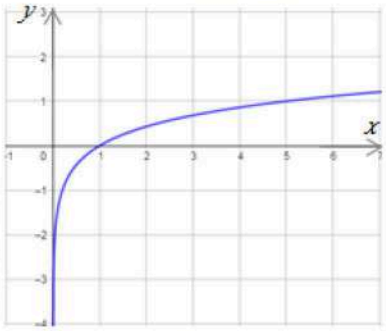
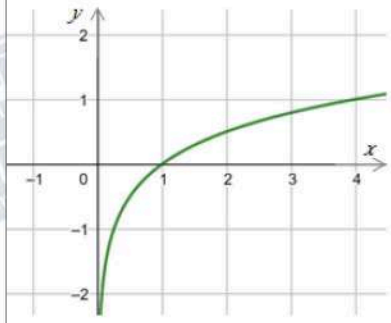
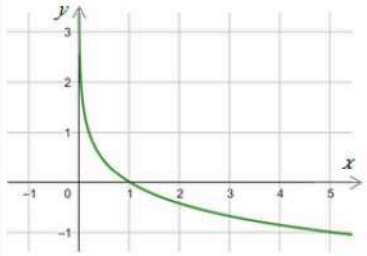
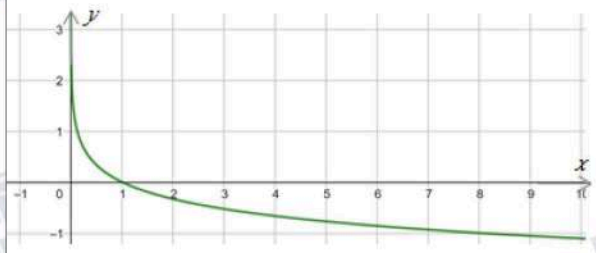
$-x > -5$

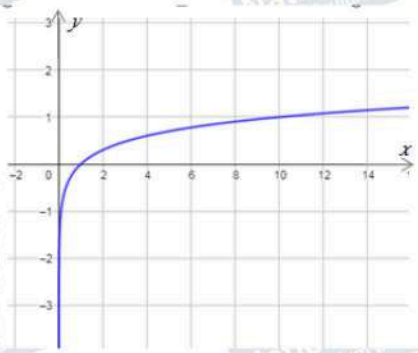
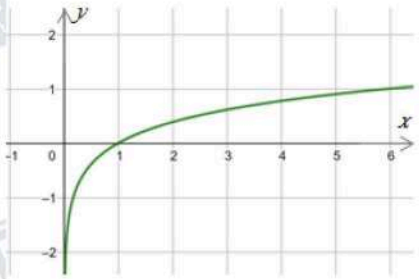
$x < 5$

مجال الاقتران هو $(-\infty, 5)$

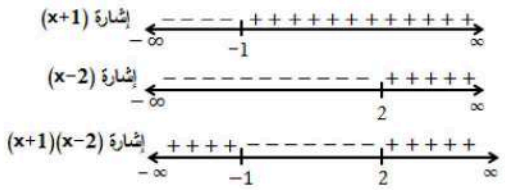
b	$f(x) = \log_5(9+3x)$ $9+3x > 0$ $3x > -9$ $x > -3$ مجال الاقتران هو $(-3, \infty)$
	أتدرب وأحل المسائل صفحة 33
1	$\log_7 343 = 3 \rightarrow 7^3 = 343$
2	$\log_4 256 = 4 \rightarrow 4^4 = 256$
3	$\log_{125} 5 = \frac{1}{3} \rightarrow 125^{\frac{1}{3}} = 5$
4	$\log_{36} 6 = 0.5 \rightarrow 36^{0.5} = 6$
5	$\log_9 1 = 0 \rightarrow 9^0 = 1$
6	$\log_{57} 57 = 1 \rightarrow 57^1 = 57$
7	$2^6 = 64 \rightarrow \log_2 64 = 6$
8	$4^{-3} = \frac{1}{64} \rightarrow \log_4 \frac{1}{64} = -3$
9	$6^3 = 216 \rightarrow \log_6 216 = 3$
10	$5^{-3} = 0.008 \rightarrow \log_5 0.008 = -3$
11	$51^1 = 51 \rightarrow \log_{51} 51 = 1$
12	$9^0 = 1 \rightarrow \log_9 1 = 0$
13	$\log_3 81 = \log_3 3^4$ $= 4$
14	$\log_{25} 5 = y$ $25^y = 5$ $5^{2y} = 5^1$ $2y = 1$ $y = \frac{1}{2}$ إذن $\log_{25} 5 = \frac{1}{2}$
15	$\log_2 32 = \log_2 2^5$ $= 5$ إذن $\log_2 32 = 5$

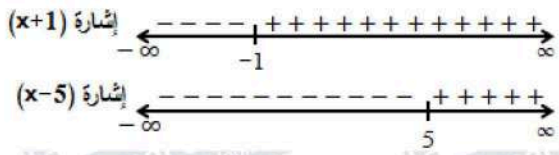
16	$\log_{49} 343 = y$ $49^y = 343$ $7^{2y} = 7^3$ $2y = 3$ $y = \frac{3}{2}$ إذن $\log_{49} 343 = \frac{3}{2}$
17	$\log_{10} 0.001 = \log_{10} 10^{-3}$ $= -3$
18	$\log_{\frac{3}{2}} 1 = 0$
19	$\log_{\frac{1}{4}} 4 = y$ $\left(\frac{1}{4}\right)^y = 4$ $4^{-y} = 4^1$ $-y = 1$ $y = -1$ إذن $\log_{\frac{1}{4}} 4 = -1$
20	$(10)^{\log_{10} \frac{1}{8}} = \frac{1}{8}$
21	$\log_2 \frac{1}{\sqrt{2^7}} = \log_2 \frac{1}{(2)^{\frac{7}{2}}}$ $= \log_2 (2)^{-\frac{7}{2}}$ $= -\frac{7}{2}$
22	$\log_a \sqrt[5]{a} = \log_a a^{\frac{1}{5}}$ $= \frac{1}{5}$
23	$\log_{10}(1 \times 10^{-9}) = \log_{10} 10^{-9}$ $= -9$
24	$8^{\log_8 5} = 5$

25	$f(x) = \log_5 x$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$ مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y الاقتران متزايد
26	$f(x) = \log_4 x$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$ مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y الاقتران متزايد
27	$f(x) = \log_{\frac{1}{5}} x$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$ مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y الاقتران متناقص
28	$f(x) = \log_{\frac{1}{8}} x$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$ مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y الاقتران متناقص

29	$f(x) = \log_{10} x$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$ مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y الاقتران متزايد
30	$f(x) = \log_6 x$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$ مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y الاقتران متزايد
31	$f(x) = \log_3(x-2)$ $x - 2 > 0$ $x > 2$ مجال هذا الاقتران هو $(2, \infty)$
32	$f(x) = 5 - 2\log_7(x+1)$ $x + 1 > 0$ $x > -1$ مجال هذا الاقتران هو $(-1, \infty)$
33	$f(x) = -3\log_4(-x)$ $-x > 0$ $x < 0$ مجال هذا الاقتران هو $(-\infty, 0)$

34	$f(x) = \log_a x$ $f(32) = \log_a 32$ $5 = \log_a 32$ $a^5 = 32$ $a^5 = (2)^5$ $a = 2$
35	$f(x) = \log_c x$ $f\left(\frac{1}{4}\right) = \log_c \frac{1}{4}$ $-4 = \log_c \frac{1}{4}$ $c^{-4} = \frac{1}{4}$ $\frac{1}{c^4} = \frac{1}{4}$ $c^4 = 4 \rightarrow c^2 = 2 \rightarrow c = \pm\sqrt{2}$ ولأن أساس اللوغاريتم لا يكون سالبًا فإن: $c = \sqrt{2}$
36	$P(a) = 10 + 20\log_5(a+1)$ $P(4) = 10 + 20\log_5(4+1)$ $= 10 + 20\log_5 5$ $= 10 + 20(1)$ $= 30$ $P(24) = 10 + 20\log_5(24+1)$ $= 10 + 20\log_5 25$ $= 10 + 20\log_5 5^2$ $= 10 + 20(2)$ $= 50$ $P(124) = 10 + 20\log_5(124+1)$ $= 10 + 20\log_5 125$ $= 10 + 20\log_5 5^3$ $= 10 + 20(3)$ $= 70$
37	القيمة $P(4) = 30$ تعني أن إنفاق JD400 على الإعلانات يحقق إيرادًا قيمته JD 30000 من بيع المنتج القيمة $P(24) = 50$ تعني أن إنفاق JD 2400 على الإعلانات يحقق إيرادًا قيمته JD 50000 من بيع المنتج القيمة $P(124) = 70$ تعني أن إنفاق JD 12400 على الإعلانات يحقق إيرادًا قيمته JD 70000 من بيع المنتج

38	$f(x) = \log_3 x$ c لأن مجال الاقتران هو $(0, \infty)$ وهو متزايد ويمر منحناه بالنقطة (3, 1) حيث $f(3) = \log_3 3 = 1$
39	$f(x) = \log_3(-x)$ b لأن مجال الاقتران هو $(-\infty, 0)$، ويمر منحناه بالنقطة (-3,1) حيث $f(-3) = \log_3(-(-3)) = \log_3(3) = 1$
40	$g(x) = -\log_3 x$ a لأن مجال الاقتران هو $(0, \infty)$ وهو متناقص ويمر منحناه بالنقطة (3,-1) حيث $f(3) = -\log_3 3 = -1$
41	$f(x) = \log_3(x^2)$ بما أنّ $x^2 > 0$ لجميع الأعداد الحقيقية عدا العدد 0 فإن مجال هذا الاقتران هو $R - \{0\}$ خط التقارب الرأسي هو $x = 0$ (المحور y)
42	$f(x) = \log_3(x^2 - x - 2)$ $x^2 - x - 2 > 0$ $(x-2)(x+1) > 0$  نلاحظ أن $(x-2)(x+1) > 0$ في الفترتين $(-\infty, -1)$، و $(2, \infty)$ إذن، مجال الاقتران هو $(-\infty, -1), (2, \infty)$ خطا التقارب الرأسيان هما $x = -1, x = 2$ وهما جذرا المعادلة $x^2 - x - 2 = 0$

43	$f(x)=\log_3\left(\frac{x+1}{x-5}\right)$ يكون $\frac{x+1}{x-5}>0$ عندما يكون البسط والمقام موجبان معًا، أو سالبان معًا  نلاحظ أن $x+1$، و$x-5$ لهما الإشارة نفسها في الفترتين$(-\infty,-1)$، و$(5,\infty)$ إذن، مجال هذا الاقتران هو $(-\infty,-1),(5,\infty)$ خطا التقارب الرأسيان هما $x=-1,x=5$ وهما جذرا المعادلتين $x-5=0,x+1=0$
44	الكتابة الصحيحة للصورة اللوغاريتمية هي: $\log_4\frac{1}{64}=-3$

الدرس الرابع: قوانين اللوغاريتمات

مسألة اليوم صفحة 35	
	$L = 10\log_{10} R$ $L = 10\log_{10}(100 \times 10^6)$ $= 10\log_{10} 10^8 = 10 \times 8 = 80$ شدة الصوت تساوي 80 ديسيبل
أتحقق من فهمي صفحة 36	
a	$\log_b 14 = \log_b(2 \times 7)$ $= \log_b 2 + \log_b 7$ $\approx 0.43 + 1.21$ ≈ 1.64
b	$\log_b \frac{2}{7} = \log_b 2 - \log_b 7$ $\approx 0.43 - 1.21$ ≈ -0.78
c	$\log_b 32 = \log_b 2^5$ $= 5\log_b 2$ $\approx 5 \times 0.43$ ≈ 2.15
d	$\log_b \frac{1}{49} = \log_b 1 - \log_b 49$ $= 0 - \log_b 7^2$ $= 0 - 2\log_b 7$ $\approx 0 - 2 \times 1.21$ ≈ -2.42
أتحقق من فهمي صفحة 38	
a	$\log_2 a^2 b^9 = \log_2 a^2 + \log_2 b^9$ $= 2\log_2 a + 9\log_2 b$
b	$\log_5 \frac{(x+1)^3}{8} = \log_5 (x+1)^3 - \log_5 8$ $= 3\log_5 (x+1) - \log_5 8$
c	$\log_3 \frac{x^7 y^3}{z^5} = \log_3 x^7 y^3 - \log_3 z^5$ $= \log_3 x^7 + \log_3 y^3 - \log_3 z^5$ $= 7\log_3 x + 3\log_3 y - 5\log_3 z$

d	$\log_b \sqrt[3]{\frac{x^7b^2}{y^5}} = \log_b \left(\frac{x^7b^2}{y^5}\right)^{\frac{1}{3}}$ $= \frac{1}{3}\log_b \frac{x^7b^2}{y^5}$ $= \frac{1}{3}(\log_b x^7b^2 - \log_b y^5)$ $= \frac{1}{3}(\log_b x^7 + \log_b b^2 - \log_b y^5)$ $= \frac{1}{3}(7\log_b x + 2\log_b b - 5\log_b y)$ $= \frac{7}{3}\log_b x + \frac{2}{3}\log_b b - \frac{5}{3}\log_b y$ $= \frac{7}{3}\log_b x + \frac{2}{3} - \frac{5}{3}\log_b y$
	أتحقق من فهمي صفحة 39
a	$\log_5 a + 3\log_5 b = \log_5 a + \log_5 b^3$ $= \log_5 ab^3$
b	$5\log_b x + \frac{1}{2}\log_b y - 9\log_b z = \log_b x^5 + \log_b y^{\frac{1}{2}} - \log_b z^9$ $= \log_b x^5 y^{\frac{1}{2}} - \log_b z^9$ $= \log_b \frac{x^5 y^{\frac{1}{2}}}{z^9}$ $= \log_b \frac{x^5\sqrt{y}}{z^9}$

أتحقق من فهمي صفحة 40

$$M(t) = 92 - 28\log_{10}(t+1)$$

$$\begin{aligned} M(29) &= 92 - 28\log_{10}(29+1) \\ &= 92 - 28\log_{10} 30 \\ &= 92 - 28\log_{10}(10 \times 3) \\ &= 92 - 28(\log_{10} 10 + \log_{10} 3) \\ &\approx 92 - 28(1 + 0.4771) \\ &\approx 92 - 28(1.4771) \\ &\approx 92 - 41.3588 \\ &\approx 51 \end{aligned}$$

النسبة المئوية للموضوعات التي يتذكرها هذا الطالب بعد 29 شهرًا هي 51% تقريبًا

أتدرب وأحل المسائل صفحة 40

1

$$\begin{aligned} \log_a \frac{5}{6} &= \log_a 5 - \log_a 6 \\ &\approx 0.699 - 0.778 \\ &\approx -0.079 \end{aligned}$$

2

$$\begin{aligned} \log_a 30 &= \log_a (5 \times 6) \\ &= \log_a 5 + \log_a 6 \\ &\approx 0.699 + 0.778 \\ &\approx 1.477 \end{aligned}$$

3

$$\frac{\log_a 5}{\log_a 6} = \frac{0.699}{0.778} = \frac{699}{778} \approx 0.90$$

4

$$\begin{aligned} \log_a \frac{1}{6} &= \log_a 1 - \log_a 6 \\ &\approx 0 - 0.778 \\ &\approx -0.778 \end{aligned}$$

5	$\log_a 900 = \log_a 30^2$ $= 2\log_a 30$ $= 2\log_a(5\times 6)$ $= 2(\log_a 5 + \log_a 6)$ $\approx 2(0.699 + 0.778)$ $\approx 2\times 1.477$ ≈ 2.954
6	$\log_a \frac{18}{15} = \log_a \frac{6}{5}$ $= \log_a 6 - \log_a 5$ $\approx 0.778 - 0.699$ ≈ 0.079
7	$\log_a(6a^2) = \log_a 6 + \log_a a^2$ $= \log_a 6 + 2\log_a a$ $\approx 0.778 + 2$ ≈ 2.778
8	$\log_a \sqrt[4]{25} = \log_a \sqrt[4]{5^2}$ $= \log_a 5^{\frac{2}{4}}$ $= \log_a 5^{\frac{1}{2}}$ $= \frac{1}{2}\log_a 5$ $\approx \frac{1}{2}\times 0.699$ ≈ 0.350
9	$(\log_a 5)(\log_a 6) \approx 0.699\times 0.778$ ≈ 0.544
10	$\log_a x^2 = 2\log_a x$

11	$\log_a\left(\frac{a}{bc}\right) = \log_a a - \log_a bc$ $= \log_a a - (\log_a b + \log_a c)$ $= \log_a a - \log_a b - \log_a c$ $= 1 - \log_a b - \log_a c$
12	$\log_a(\sqrt{x}\sqrt{y}) = \log_a \sqrt{x} + \log_a \sqrt{y}$ $= \log_a x^{\frac{1}{2}} + \log_a y^{\frac{1}{2}}$ $= \frac{1}{2}\log_a x + \frac{1}{2}\log_a y$
13	$\log_a\left(\frac{\sqrt{z}}{y}\right) = \log_a \sqrt{z} - \log_a y$ $= \log_a z^{\frac{1}{2}} - \log_a y$ $= \frac{1}{2}\log_a z - \log_a y$
14	$\log_a \frac{1}{x^2y^2} = \log_a 1 - \log_a x^2y^2$ $= \log_a 1 - (\log_a x^2 + \log_a y^2)$ $= 0 - (2\log_a x + 2\log_a y)$ $= -2\log_a x - 2\log_a y$
15	$\log_a \sqrt[5]{32x^5} = \log_a\left(\sqrt[5]{32} \times \sqrt[5]{x^5}\right)$ $= \log_a 2x$ $= \log_a 2 + \log_a x$
16	$\log_a \frac{(x^2y^3)^2}{(x^2y^3)^3} = \log_a \frac{1}{x^2y^3}$ $= \log_a 1 - \log_a x^2y^3$ $= \log_a 1 - (\log_a x^2 + \log_a y^3)$ $= 0 - (2\log_a x + 3\log_a y)$ $= -2\log_a x - 3\log_a y$
17	$\log_a(x+y-z)^7 = 7\log_a(x+y-z)$

18	$\log_a \sqrt{\frac{x^{12}y}{y^3z^4}} = \log_a \sqrt{\frac{x^{12}}{y^2z^4}}$ $= \log_a \frac{\sqrt{x^{12}}}{\sqrt{y^2}\sqrt{z^4}}$ $= \log_a \frac{x^{\frac{12}{2}}}{y^{\frac{2}{2}}z^{\frac{4}{2}}}$ $= \log_a \frac{x^6}{yz^2}$ $= \log_a x^6 - \log_a yz^2$ $= 6\log_a x - (\log_a y + \log_a z^2)$ $= 6\log_a x - (\log_a y + 2\log_a z)$ $= 6\log_a x - \log_a y - 2\log_a z$
19	$\log_a x + \log_a y = \log_a xy$
20	$\log_b(x+y) - \log_b(x-y) = \log_b \frac{x+y}{x-y}$
21	$\log_a \frac{1}{\sqrt{x}} - \log_a \sqrt{x} = \log_a \frac{\frac{1}{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}$ $= \log_a \frac{1}{x}$
22	$\log_a(x^2-4) - \log_a(x+2) = \log_a \frac{(x^2-4)}{(x+2)}$ $= \log_a \frac{(x+2)(x-2)}{(x+2)}$ $= \log_a(x-2)$
23	$2\log_b x - 3\log_b y + \frac{1}{3}\log_b z = \log_b x^2 - \log_b y^3 + \log_b z^{\frac{1}{3}}$ $= \log_b \frac{x^2}{y^3} + \log_b z^{\frac{1}{3}}$ $= \log_b \frac{x^2 z^{\frac{1}{3}}}{y^3}$ $= \log_b \frac{x^2 \sqrt[3]{z}}{y^3}$
24	$\log_b 1 + 2\log_b b = \log_b b^2 = 2$

25	$f(x) = 29 + 48.8\log_6(x+2)$ $f(10) = 29 + 48.8\log_6(10+2)$ $= 29 + 48.8\log_6 12$ $= 29 + 48.8\log_6(6\times 2)$ $= 29 + 48.8(\log_6 6 + \log_6 2)$ $\approx 29 + 48.8(1 + 0.3869)$ $\approx 29 + 48.8(1.3869)$ $\approx 29 + 67.68072$ ≈ 97 النسبة المئوية لطول طفل عمره 10 سنوات من طوله عند البلوغ هي 97% تقريبًا
26	$\frac{\log_a 216}{\log_a 36} = \frac{\log_a 6^3}{\log_a 6^2}$ $= \frac{3\log_a 6}{2\log_a 6}$ $= \frac{3}{2}$
27	$\log_2 5x = \log_2 5 + \log_2 x$
28	$\log_b(b-3) + \log_b(b^2+3b) - \log_b(b^2-9)$ $= \log_b(b-3)(b^2+3b) - \log_b(b^2-9)$ $= \log_b \frac{(b-3)(b^2+3b)}{(b^2-9)}$ $= \log_b \frac{(b-3)\times b(b+3)}{(b-3)(b+3)}$ $= \log_b b$ $= 1$

الدرس الخامس: المعادلات الأسّية

مسألة اليوم صفحة 42	
	$A(t) = 10e^{-0.0862t}$ $0.5 = 10e^{-0.0862t}$ $0.05 = e^{-0.0862t}$ $-0.0862t = \ln 0.05$ $t = -\frac{\ln 0.05}{0.0862} \approx 35$ بعد حوالي 35 يومًا سيظل من هذه العينة $0.5\ g$
أتحقق من فهمي صفحة 43	
a	$\log 13 \approx 1.1$
b	$\log(3.1 \times 10^4) = \log 3.1 + \log 10^4$ $= \log 3.1 + 4\log 10 \approx 0.491 + 4 \approx 4.5$
c	$\ln 0.25 \approx -1.4$
أتحقق من فهمي صفحة 44	
a	$\log_3 51 = \frac{\log 51}{\log 3} \approx 3.58$
b	$\log_{\frac{1}{2}} 13 = \frac{\log 13}{\log \frac{1}{2}} \approx -3.70$
أتحقق من فهمي مثال 3 صفحة 48	
a	$7^x = 9$ $x = \log_7 9 = \frac{\log 9}{\log 7} \approx 1.1292$

b	$2e^{5x} = 64$ $e^{5x} = 32$ $5x = \ln 32$ $x = \frac{1}{5}\ln 32 \approx 0.6931$
c	$7^{2x+1} = 2^{x-4}$ $\log 7^{2x+1} = \log 2^{x-4}$ $(2x+1)\log 7 = (x-4)\log 2$ $2x\log 7 + \log 7 = x\log 2 - 4\log 2$ $2x\log 7 - x\log 2 = -\log 7 - 4\log 2$ $x(2\log 7 - \log 2) = -\log 7 - 4\log 2$ $x = \frac{-\log 7 - 4\log 2}{2\log 7 - \log 2} \approx -1.4751$
d	$4^x + 2^x - 12 = 0$ $(2^x)^2 + 2^x - 12 = 0$ $u^2 + u - 12 = 0$ $(u+4)(u-3) = 0$ $u = -4 \quad or \quad u = 3$ $2^x = -4 \quad or \quad 2^x = 3$ المعادلة $2^x = -4$ ليس لها حل لأن $2^x > 0$ لكل قيم المتغير x $2^x = 3 \quad \rightarrow x = \log_2 3 = \frac{\log 3}{\log 2} \approx 1.5850$

أتحقق من فهمي مثال 4 صفحة 48	
	$9 = 6.5(1.014)^t$ $\frac{9}{6.5} = (1.014)^t$ $\ln\frac{9}{6.5} = \ln(1.014)^t \rightarrow \ln 9 - \ln 6.5 = t \ln 1.014$ $t = \frac{\ln 9 - \ln 6.5}{\ln 1.014} \approx 23$ إذن، سيبلغ عدد سكان العالم 9 مليارات نسمة بعد 23 سنة تقريبًا من عام 2006
أتدرب وأحل المسائل صفحة 49	
1	$\log 19 \approx 1.3$
2	$\log(2.5 \times 10^{-3}) \approx -2.6$
3	$\ln 3.1 \approx 1.1$
4	$\log_2 10 = \frac{\log 10}{\log 2} \approx 3.3$
5	$\log_3 e^2 = \frac{\ln e^2}{\ln 3} = \frac{2}{\ln 3} \approx 1.8$
6	$\ln 5 \approx 1.6$
7	$\log_3 33 = \frac{\log 33}{\log 3} \approx 3.18$
8	$\log_{\frac{1}{3}} 17 = \frac{\log 17}{\log \frac{1}{3}} = \frac{\log 17}{\log 1 - \log 3} \approx -2.58$
9	$\log_6 5 = \frac{\log 5}{\log 6} \approx 0.90$
10	$\log_7 \frac{1}{7} = \log_7 1 - \log_7 7 = 0 - 1 = -1$
11	$\log 1000 = 3$
12	$\log_3 15 = \frac{\log 15}{\log 3} \approx 2.46$

13	$6^x = 121$ $\log 6^x = \log 121 \rightarrow x \log 6 = \log 121$ $\rightarrow x = \frac{\log 121}{\log 6} \approx 2.6766$
14	$-3e^{4x} = -27$ $e^{4x} = 9$ $4x = \ln 9$ $x = \frac{1}{4}\ln 9 \approx 0.5493$
15	$5^{7x-2} = 3^{2x}$ $\log 5^{7x-2} = \log 3^{2x}$ $(7x-2)\log 5 = (2x)\log 3$ $7x \log 5 - 2\log 5 = 2x \log 3$ $7x \log 5 - 2x \log 3 = 2 \log 5$ $x(7 \log 5 - 2\log 3) = 2 \log 5$ $x = \frac{2 \log 5}{7 \log 5 - 2\log 3} \approx 0.3549$
16	$25^x + 5^x - 42 = 0$ $(5^x)^2 + 5^x - 42 = 0$ $u^2 + u - 42 = 0$ $(u+7)(u-6) = 0$ $u = -7 \quad or \quad u = 6$ $5^x = -7 \quad or \quad 5^x = 6$ المعادلة $5^x = -7$ ليس لها حل لأن $5^x > 0$ لكل قيم المتغير x $5^x = 6 \rightarrow x\log 5 = \log 6 \rightarrow x = \frac{\log 6}{\log 5} \approx 1.1133$
17	$2(9)^x = 32 \rightarrow 9^x = 16 \rightarrow x\log 9 = \log 16$ $\rightarrow x = \frac{\log 16}{\log 9} \approx 1.2619$

18	$27^{2x+3} = 2^{x-5}$ $\log 27^{2x+3} = \log 2^{x-5}$ $(2x+3)\log 27 = (x-5)\log 2$ $2x\log 27 + 3\log 27 = x\log 2 - 5\log 2$ $2x\log 27 - x\log 2 = -3\log 27 - 5\log 2$ $x(2\log 27 - \log 2) = -3\log 27 - 5\log 2$ $x = \frac{-3\log 27 - 5\log 2}{2\log 27 - \log 2} \approx -2.2638$
19	$2P = Pe^{0.05t}$ $2 = e^{0.05t}$ $0.05t = \ln 2$ $t = \frac{1}{0.05}\ln 2$ $= 20\ln 2 \approx 14$ بعد 14 سنة تقريبًا تصبح جملة المبلغ مثلي المبلغ الأصلي
20	$3P = Pe^{0.05t}$ $3 = e^{0.05t}$ $0.05t = \ln 3$ $t = 20\ln 3 \approx 22$ بعد 22 سنة تقريبًا تصبح جملة المبلغ 3 أمثال المبلغ الأصلي

21	$97 = 873e^{-0.078t}$ $\frac{97}{873} = e^{-0.078t}$ $\frac{1}{9} = e^{-0.078t}$ $-0.078t = \ln\frac{1}{9}$ $-0.078t = \ln 1 - \ln 9$ $-0.078t = 0 - \ln 9$ $-0.078t = -\ln 9$ $t = \frac{\ln 9}{0.078} \approx 28$ بعد 28سنة تقريبًا يصبح في الغابة 97 حيوانًا من الكوالا
22	$f(x) = e^{0.5x+3}$ بما أن النقطة $(-2, k)$ تقع على منحنى الاقتران، فإن إحداثياها يحققان معادلة المنحنى $f(-2) = e^{0.5(-2)+3}$ $k = e^2 \approx 7.39$ بما أن النقطة $(h, 100)$ تقع على منحنى الاقتران، فإن إحداثياها يحققان معادلة المنحنى $f(h) = e^{0.5h+3}$ $100 = e^{0.5h+3}$ $0.5h + 3 = \ln 100$ $0.5h = \ln 100 - 3$ $h = \frac{1}{0.5}\ln 100 - \frac{3}{0.5}$ $h = 2\ln 100 - 6 \approx 3.2$

23	$3^x + \frac{4}{3^x} = 5$ $3^x\left(3^x + \frac{4}{3^x}\right) = 3^x \times 5$ $3^{2x} + 4 = 5(3^x)$ $3^{2x} - 5(3^x) + 4 = 0$ $(3^x)^2 - 5(3^x) + 4 = 0$ $u^2 - 5u + 4 = 0$ $(u-4)(u-1) = 0$ $u = 4 \quad or \quad u = 1$ $3^x = 4 \quad or \quad 3^x = 1$ $3^x = 4 \quad \rightarrow x = \log_3 4 \approx 1.26$ $3^x = 1 \quad \rightarrow x = \log_3 1 = 0$

اختبار نهاية الوحدة صفحة 50	
1	d
2	c
3	a
4	c
5	a
6	b
7	b
8	a
9	b
10	$\log_5 16 = \log_5 4^2$ $= 2\log_5 4$ $= 2k$